BIBLIOTECA NAZ.
Vittorio Emanuele III
XXXIV
C
44
NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

DIRECTORIUM
MATHEMATICUM
AD CUJUS DUCTUM ET INFORMATIONEM

TOTA

MATHESIS

ET OMNES EJUSDEM PARTES NOMINATIM

ARITHMETICA
GEOMETRIA
ASTRONOMIA
GEOGRAPHIA
OPTICA
HARMONICA
MECHANICA

METHODICE DOCERI ET FACILE DISCI POSSUNT

AUTHORE
M. ABDIA TREW MATH.
ET PHYS. PROF. PUBL. FAC. PHILOS.
SENIORE ET INSP. NORICO

Typis GEORGI HAGEN Univerſ. Typogr.

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

SALVE LECTOR BENE VOLE

Ut ſcopum libelli eò melius percipias, ne graveris quæſo geminam præfationem

PRIMAM

Plur. Reverendi & Excellentiſſimi

DN. JOH. MICHAELIS DILHERRI
ANTISTITIS ET PROFESSORIS INCLYTÆ REIP. NORIBERGENSIS &c.

Alteram meam perlegere.

Digitized by Google

STUDIOSÆ JUVENTUTI SALUTEM D.

INſigniter *Plato*, ut multa alia, ita & hæc, ſcripſit: Opus eſſe diximus iis, quæ ad computationem numerorum, quæ ad Divinorum aſtrorum, Solis Lunæq; circuitum perquirendum, ſpectant: ut univerſa Civitas non ignoret ordinem dierum in menſem, menſiumq; in annum; atq; ita tempora, ſolennitates, ſacrificia, ut decet, diſpoſita naturali quodam ductu, vivam Civitatem vigilantemq; reddant, & homines adhæc prudentiores efficiant. Longè aberit homo ut Divinus fiat; ſi nec unũ, nec duo, nec tria, nec paria omninò, atq; imparia poſſit cognoſcere; ſi nec numerare nôrit, nec noctes & dies, nec Solis ac Lunæ cæterorumq; aſtrorum circũlationes intelligere. Quæ ſi quis neceſſaria

neget homini, pulcerrimarum doctrinarum quamlibet percepturo; ſtultiſſimè cogitabit. *Lib. VII*, de *LL. pag.* 893. & 899.

Quem quantumq; uſum, in ſuprema ſanctiſſimaq; Diſciplinarum, *Theologia*, habeat; jam olim Viri in iſta exercitatiſſimi liquidò demonſtrarunt: & vel ſolus *Dn. D. Haffenrefferi*, ſiugulariter de ſtudiis ſacris promeriti, *Commentarius de templo Ezechielis*, oſtendit: quem ſine accurata Artium Mathematicarum agnitione, elucubrare nunquam potuiſſet.

Quamobrem Nutritores Univerſitatum omnium, laudabili decreto, publicos conſtituerunt Doctores; qui Artes illas juventuti ſolidè ac perſpicuè proponerent: quod, in Univerſitate cumprimis Wittenbergenſi, tanta fuit accuratione, à communis Germaniæ Præceptoris, Philippi Melanchthonis, tempore, obſervatum; ut perpetuò Profeſſores duo, alter ſeperiorum alter inferiorum Mathematum, fuerint electi.

Non

Non minori curæ, inclyto Senatui No-rimbergenſi usq; & usq; fuerunt Mathemata: quibus dextrè docendis, à multis annis, viri fuere admoti longè Clariſſimi, *Prætorius, Saxo, Odontius, Schvventerus*, & jam noſter etjam *Trevv:* qui anteceſſorum ſuorum veſtigia legit *fideliter, ut nomen cluet*, ac feliciter.

Cum verò jam dudum voces & querelæ, nec planè quidem illæ injuſtæ, aut intempeſtivæ, audirentur, quorundam dicentium: non habere juventutem, in his artibus, nobilibus quidem per ſe, & vitæ hominum perquàm neceſſariis, ſed naturali quadam obſcuritate implicatis, quod recto ductu, facilique viæ via ſequeretur; Ad notationum, commētationum, & Dictatorum in Scholis nimium Exercitiorum verò & usûs perparum reperiri: proinde modò nominatus Clariſſimus *Dn. Trevv*, Amicus meus maximè honorandus, maturo conſilio, & labore vario difficilique, DIRECTORIUM hoc MATHEMATICUM conſcripſit, luciq; publicæ

commiſit. Hunc ſi laborem, *Juvenes* φιλομαθίστατοι, Vobis habueritis commendatum, & præcepta, accedente cumprimis vivæ vocis informatione, firmiter memoriæ infixeritis: ſementem Vobis, DEO Benedicente, talem facietis; cujus fructibus, in totius vitæ veſtræ decurſu, magna cum voluptate frui poteritis. Dab. Norimbergæ è muſeo Kal. Mart. anni. cIↄ Iↄ CLVII.

JOHANNES MICHAEL DILHERRUS,
PASTOR AD S. SEBALDI, GYMNASII
DIRECTOR, THEOL. ET PHILOS.
P. P.

Author

Digitized by Google

AUTHOR LIBELLI BENEVOLO LECTORI
S. D.

EA eſt vulgò Studioſorum philoſophiæ perſuaſio; alterum horum in curſu ſtudiorum (arctioribus præſertim limitibus circum ſcripto) ſibi faciendum eſſe; ut vel Mathematicas ſcientias reliquis Philoſophiæ partibus, vel has illis neglectis, ſolas colant; utroq; enim ſtudiorum genere conjuncto, alterutrum ab altero, imò utrumq; ſimul turbari & impediri, ut tandem audiendum ipſis ſit vulgatum illud; *in omnibus aliquid in toto nihil*: item *nuſquam eſſe qui* [illegible] *ſit*. Quantum autem hæc perſuaſio rei literariæ damni hactenus dederit; nolo hoc loco exponere, ne cicatrices meas jactare, alienas vero exprobrare potius aliis quam ſanare velle videar. Tria tamen ſunt de quibus eos qui ultra vulgus ſapere cum videantur, â meâ tamen hac ſententia alieniores ſunt, audire velim. Primo libenter ex ipſis quærerem unde natas putent tot & tantas ineptias Aſtrologiæ vulgaris, aut (ſi de eâ tanquàm arte nugatoriâ nihil ibi ubi de veræ & ſolidæ eruditionis partibus ſermo eſt dicendum putent) in eâ ſcientiâ quæ influentiarum, aut ſi nec hoc vocabulum placet, operationum cæleſtium in hæc inferiora rationes pandere debet? Nonne inde quòd vulgus Aſtrologorum de fundamentis veris, hoc eſt philoſophicis, non plus intellexerit quàm cæcus de colore: ex Philoſophis autem talium rerum indagationem ad incudem Philoſophiæ vocare alii ſe indignum, a-

lii

Hi religioni ſibi putârint, alii ſi voluiſſent maximè, non potuerint, quia ſcilicet principia Mathematicâ quibus talia æquè ac Phyſicis niti debent, non intellexerint? Deinde quæſiverim; unde factum putent, quòd Ariſtoteles noſter, exemplum ſagacitatis humanæ ad ſummum usq; perductæ, nullibi ſæpius, imò ferè dicam nullibi omninò, erraverit, quàm in doctrinâ de cœlo? nonne inde, quòd motuum cœleſtium rationem licet non neglexerit, nec incompertam habuerit; non tamen ut reliquas Philoſophiæ imò Matheſeos partes, propriâ & privatâ indagatione, ſed nudè ab Aſtrologis illorum temporum (quibus quid & quantum defuerit, alibi dictum eſt) hauſerit? Tertio ſcire ex ipſis velim; putentne mutationes rerum ſublunarium, & potiſſimùm eas, quibus valetudo & totus naturæ humanæ curſus continetur, perfecte intelligi, & curationes Methodo medendi usquequaq; idoneâ inſtitui poſſe ab eo, qui motuum cœleſtium doctrinam, quam Aſtronomiam vocamus ignoret? Si γνήσιοι ſunt diſcipuli Ariſtotelis, ſat ſcio negaturos eſſe. Cum enim Ariſtoteles l. 2. de Gener. T. 56. 57. diſertè dicat, curſum vitæ & mortis cœleſtium corporum periodis menſurari; poteſtne fieri ut curſum hunc rectè cognoſcamus ſubſidiis debitis juvemus, erranti remedia debita tempore præſertim legitimo applicemus, ducibus illis neglectis? Sed quid porrò dicam? dixi enim tantùm, & quidem prætermiſſis plurimis quæ in hanc ſententiam de artibus ad vitam præſentem præcipuè ſpectantibus dici poſſent, quantum Matheſeos neglectio in ipſis plenè diſcendis afferat incommodi. In Theologicis verò quanto bono careat, qui Matheſi careat, dixit quæ ego dicere fortaſſe debuiſſem imo plus & luculentius quam

potuiſſem

potuiſſem Theologus & Philoſophus noſter Excellentiſſimus Dn. JOHANNES MICHAEL DILHERRUS in præfatione quam non tam à me rogatus, quàm ſolitâ ac prorſus ſingulari in ſtudioſorum profectibus omni ratione juvandis ac promovendis promptitudine ductus, opuſculo huic meo præmiſit. Lucem ergo Soli non addo. Dictis porrò incommodis ut occurrerem, ultra vigeſimum jam annum quo hic verſor, eum moveo lapidem, ut perniciosiſſimam de qua antea dixi perſuaſionem ſtudioſis noſtris excutiam. Et ſi qui mea hac in parte conſilia ſecuti ſunt, eos facti ſui ſat ſcio nequaquàm pœnituiſſe. Eſt autem inter conſilia iſta hoc, ut doceam, quemadmodum reliquarum Philoſophiæ partium, præcipuè Phyſices apud Ariſtotelem, ita etiam Mathematicarum ſcientiarum duplicem eſſe tractationem, exotericam ſeu quaſi perfunctoriam, & acromaticam, hoc eſt accuratam & ad omnes apices exquiſitiſſimarum demonſtrationum attendentem. Illam cum reliquâ Philoſophiâ in ipſo curſu tirociniorum, conjungi, hanc ſubjungi debere. Et hujus mei conſilii interpres quaſi eſt præſens libellus. Optima ſane Methodus Matheſeos accuratè tractandæ Euclidæa eſt, quæ à principiis vel pueris & plebi notis, progreſſus fit ad ea quæ ſciri ab homine poſſe, vix hominem invenias qui credat, & quorum ſcientia omnem ſcientiam earum rerum propter quas Matheſin diſcimus facillimam reddat. Quia tamen illius doctrina tota eſt ἐξ ἀφαιρέσεως, qua etjam exactè perceptâ, nihil tamen adhuc eorum quæ Philoſophia nobis promittit, percepiſſe nobis videmur (unde quæſtio nata an Mathematicæ ſcientiæ veræ ſint ſcientiæ) & ſimiles ſumus iis qui per ſilvas non quidem invias, aut multis viarũ anfractibus biviis & triviis ſimili-

busq; ambagibus impeditas, ab arboribus tamen & ſimilibus obſtaculis denſiſſimas iter faciunt, ad locum, quem quamvis audiant eſſe amœniſſimum, eſſe tamen quia non vident, præ longi & laborioſi itineris moleſtiis perſuadere ſibi non poſſunt. Mederi voluerunt huic incommodo nonnulli hac ratione, ut vel ἀφαιρετικὴν illam Mathematum tractationem prorſus omitterent; vel libellis de unâ aut alterâ Matheſeos parte ſpecialiori conſcriptis præmitterent quidem ex Euclide & ſimilibus ea quorum notitiam inſtituto ſuo neceſſariam putabant, quæ autem in reliquis Matheſeos partibus itidem neceſſariis locum haberent, & potiſſimum demonſtrationes omitterent imò diſſimularent. Hac verò docendi ratione, ſi quid res ſit dicendum, mirum non eſt ſi imperfecta, etiam apud plurimos eorum qui perdiſcendæ Matheſeos cupiditate ducebantur, manſit Mathematicarum rerum notitia, qualicunq; ſcilicet declaratione terminorum eorumq; non omnium, ſed quorundam tantùm contenta, ſucco & ſanguine deſtituta.

Ego verò dies noctesq; ſolicitus, quomodo has ſcientias animis ſtudioſorum inſtillarem idq, ita, ut ſimul non tantùm ingenii apud quosdam imbecillitati, ſed & curriculi ſtudiorum (uti apud pleroſq; hodie eſt) brevitati conſulerem, conſcripſi hunc libellum. Et quia demonſtrationes Mathematicas prorſus negligere à naturâ ſcientiæ alienum, in omnibus verò problematibus Arithmeticis & Geometricis & quidem initiò ſtatim curioſius perſequi, plus requirere videtur temporis quàm aliorum ſtudiorum conjunctio ferre poſſit. Mediam viam inii. Definitiones præ reliquis neceſſarias cum Theorematibus & Problematibus uſum in ſpeciali Matheſeos parte habentibus nudè quidem ſine demonſtrationi-

tionibus propoſui: Ità tamen ut non tantum loca ubi demonſtrentur allegârim, ſed & author ſim Matheſeos ſolidè diſcendæ Tironibus Primi ſaltem & Septimi libri Euclidis, quorum ille Geometricus hic Arithmeticus eſt, ſtatim conjungendi, ut, ſi non omnia quæ hîc diſcunt demonſtrare poſſent; modum ſaltem demonſtrandi diſcerent, quo in unâ aut altera propoſitione percepto ſimilem liniam ſuo tempore (ubi ſcientiam magis exquiſitam adepti vel per ſe exercere vel aliis inſtillare deberent) eo faciliùs adhiberent. His alis, uti Plato vocabat, inſtructum Matheſeos diſcipulū ad Aſtronomiam tanquam potiſſimam Matheſeos ſpecialis partem eveho. Extant ſane lucubrationes Aſtronomorum noſtri ſeculi tàm præclaræ ut melius quid illis afferre me poſſe fatuus ſim ſi promittam. Sed, ut verbo dicam, mare ſunt, & gurgites ſine cortice inibi nataturis. Quippe quarum authores ſecuri tironum majorum (non cum tironibus quippe ſed cum ſui ſimilibus loquentes) explicationem terminorum (ne dicam fundamentorum Arithmeticorū & Geometricorum) vel nullam vel admodū parcam exhibeant. Accedit difficultas delectus, quem ego quod ad me attinet, liberum puto relinquendum auditoribus meis. quis enim ego qui judicium feram de authoribus, quorum nullus eſt qui non amplioribus ad cæli motus rimandos ſubſidiis fuerit inſtructus, quàm ego vel optare audeam? Sed quomodo interim conſulitur tironibus? num ii tamdiu ſuſpendendi & in dubio relinquendi, dum inter peritos conveniat quis ſit optimus? Abſurda docendi ratio. Sed & hunc nodum ſecare video nonnullos non ſolvere; ut ſcilicet ſolas veteres hypotheſes in ſuis compendiis tradant, novis prorſus diſſimulatis. Ego verò, memor adhuc

quàmdiu me à ſtudio Aſtronomico impenſius colendo hoc deterruerit, quod viderem celeberrimos Aſtronomos Copernici ſententiam quæ mihi abſurda videretur amplecti, tantiſper ſcilicet dum intelligerem ſalvâ tùm illâ tum contrariâ ſententiâ eadem φαινόμενα demonſtrari poſſe. Ita inſtituendos putavi auditores meos ut in quemcunq; hodiernorum authorum, inciderent, æquè facile in illo ac in alio verſari poſſent. Expoſui itaq; utriusq; ſectæ & omnium qui quidem mihi in manibus eſſent authorum & vel maximè recentiorum Hypotheſes & terminos. (Paucis exceptis qui ut extra curſum calcudi juxta tabulas inſtituti, difficulter, ita in eo facile intelligantur.) & qua via calculus apparentiarum ex quolibet inſtitueretur oſtendi, ut ferè perinde ſit ad quem ex omnibus tiro ex hiſce carceribus emiſſus curſum ſuum dirigat. De Geographicis, Opticis & Mechanicis multa dici non eſt opus, cum brevitate facile, & iis qui detineri diu metuut ſeſe commendent, & quid contineant uno ferè intuitu oſtendant. Harmonica brevior fieri potuiſſet. Cur autem prolixius tradita ſit, in ipſa tractatione dixi. Interim quibus ſententia mea probabitur, ii fortaſſe hoc ſentient commodi, ut expatiandi ad alios labore ſuperſedere poſſint, aut ſi id fecerint cauſam deprehendant quæ me prolixiorem fecit, quod ſcilicet aliorum principiis judicium de ratione artificioſæ alicujus ſymphoniæ vel turbetur, vel certè parum admodum juvetur. Sed objectioni cuidam, quam de toto opuſculo præſentiſcere mihi videor, occurrendum eſt. Erunt enim fortaſſe qui nimiæ brevitatis me accuſaturi ſint, tùm eatenus quòd integra ſyſtemata earum artium quæ alii Matheſeos partibus annumerent, (ut Gnomonicam, Aſtrologiam judiciariam, Chronologiam, Nauticam

cam

cam, Hydraulicam, Sclopetariam, Architecturam tùm civilem tùm militarem, Tacticam) in iis verò quæ tradam multa Theoremata vel Problemata, alicubi etiam exempla quæ tradi utiliter potuiſſent, omiſerim. His ut de poſteriori hoc prius reſpondeam, titulum hujus libelli in memoriā revocatum velim, ubi videbunt non inſtitutionem plenariam (quamvis qui hic tradita ſatis calleat, ei inſcitiam in Matheſi non putem facile exprobratum iri) ſed directorium tantùm promitti; ubi ſanè quando ad rem ventum eſt, nihil aliud vident quam cōpendia, quibus ſimilia ab aliis fortaſſe ante me edita. Ego verò meis, directorii nomen tantò minus quam multorum aliorum compendiis denegatū iri confido, quòd ita ſint adornata, ut non tantùm alios qui luculentius de iisdem rebus ſcripſerint, non excludant, ſed & ultro lectorem eò deducant; ita ut ſalvâ Methodo ex illis locupletari poſſint. v. g. ſi in Arithmeticis exempla deſideras; ecce tibi Norbergæ in omnibus tabernis librariorum ingentem ſtruem libellorum practicorum & exemplorum in illis propoſitorum, quibus hanc noſtram ſalvo præceptorum ordine (quem præfiſcinè dicam nō æquè exquiſitum apud omnes invenies) locupletare ſi volueris, me jubente id feceris. Idem, ſalva iterum Methodo facere poteris in reliquis partibus. Quicquid enim apud alios invenies, id vel Poſtulatum erit vel Definitio vel Axioma vel Theorema vel Problema, quicquid horum ſit, vel ſui generis titulo ſubjicere, vel quomodocunq; ſalvis quæ hic didiciſti addiſcere potes. Quod vero ad partes, ut nonnulli vocant, Matheſeos à me omiſſas attinet, de iis breviter hoc habeant, partes Matheſeos, hoc eſt ejus ſcientiæ quæ menſurationem quidem corporum, non tamen mechanicam ſed mentalem tantum

tùm & cujus idea ſolo circino & regula linearum rectarum adumbrari queat, contineat, non eſſe, ſed artes tantum, quamvis proximè pleraſq; è Matheſi fluentes. quibus tamen pleriſq; fundamenta Mathematica ſuis locis oſtenſa ſint. v. g Gnomonicæ fundamenta ſuppeditat id quod de umbris, Aſtrologiæ judiciariæ quod de circulis domorum, item de aſpectibus dictum eſt; cui ſi placet adjunges doctrinam de cœlo in Phyſica noſtra explicatam. Chronologia quicquid habet præter Arithmeticam & Aſtronomiam, Hiſtoricum eſt, huc non pertinens. Nautica quicquid habet Mathematicum, id totum vel Aſtronomicum vel Geographicum eſt. Hydraulica præter Mechanicam nihil habet niſi quod movens inibi ſit ſola aqua, (cum mechanica ab omnium moventium naturâ abſtrahat) quæ ſi quid diverſi habet è Phyſicis illud petendum eſt. Idem de Sclopetaria ſentiendum, igne hodie motus principium deferente. Architectura quicquid Mathematicum habet id Geometriæ, & Symmetriæ (in ſonis Harmoniæ) & Mechanicæ acceptum fert. Tactica Arithmetica eſt ad ordinationem acierum accommodata. Ut verò eo minus reſtet ſcrupulorum; ratio cur tot & non plures nec pauciores Matheſeos partes ſtatuamus, breviter videtur reddenda. Matheſeos ſubjectum eſt quantum, quatenus menſurabile eſt. Menſurabile autem eſt juxta quantitatem vel continuam vel diſcretam, hoc Arithmeticam illud Geometriam parit. Utraq; ita tractata ubi naturâ definitâ omniũ rerum menſurabilium abſtrahat, parit nobis Matheſin generalem quæ pura vocatur, ut verò reſpicit ad certas res menſurantes & juxta illarum naturam aliquid modificationis & varietatis accipit, parit nobis Matheſin mixtam ſeu ſpecialem. Porrò quic-

quid

quid menſuratur id vel mundus ipſe eſt, vel ejus pars vel affectio. Mundi partes quatenus diverſam menſurationis rationem recipiunt duæ ſunt, Cœlum & Terra. Hinc naſcitur Aſtronomia & Geographia. Quicquid porro in his menſurabile, id vel viſibile eſt vel audibile vel tactibile. (guſtus enim & odoratus ut Ariſt. teſte analogiam habent ad tactum; ita etiam odorabile & guſtabile non ſunt menſurabilia, niſi quatenus tactibilia, ſunt, menſuratâ ſcilicet ſive per vas ſive per libram &c. materiâ hanc vel illam qualitatem vel guſtabilem vel odorabilem continente.) primum Opticam, ſecundum Harmonicam, tertium Mechanicam parit. Jam quia in artibus ſupra commemoratis, nihil continetur menſurabile, quod non ad horum aliquod referri poſſit, patet partes Matheſeos ab hiſce diverſas per illas non conſtitui. Quod verò nonnullæ etiam facere aliquid docent, id argumento eſt non ſcientias eſſe ſed artes, non ſordidas quidem, ſed erudito dignas, quâ ob cauſam etiam, ut pleræq; hactenus prolectione, quædam etiam publicis ſcriptis â me tactæ ſunt; ita idem deinceps, ſi vita atq; valetudo permiſerit, & gratam eſſe operam meam ſenſero, fieri fortaſſe poterit. Interim Lector benevolus & Matheſeos ſtudioſus pauca hæc in quib⁹ adornãdis, præcipue quidẽ profectui, ſimul tamẽ brevitati curriculi philoſophici & tenuitati fortunæ apud pleroſq; noſtræ ſectæ conſulere volui, boni cõſulat, & ſimili affectu, quo ego omnes quibus prodeſſe poſſum proſequi ſoleo, me viciſſim complecti ne dedignetur. Vale optime & benevole lector, & meis lucubrationibus, ſi tanti videntur, feliciter fruere. Vale. dat è Muſæo d. 19. Febr. A. CH. clɔ Iɔc LVII.

Errata ante lectionem ipſius libelli corrigenda

IN ARITHMETICA

p. 4. lin. 5. ſuperaverint. l. 30. unitates. p. 5. l. 29. characteribus. p. 6. l. l. 3. fractiones. l. 14. ut $\frac{3}{2}$*. p. 8. l. 18.* deleto §. tamen novus intelligatur paragraphus. *p. 13. l. 13. initiali p. 14. l. 24. quæſitis. p. 15. l. 20. diviſa per integra. p. 16. l. 17. totidem quot. l. 26. nude l. 29. 30. operationibus p. 17, l. 21. fractiones* $\frac{3}{7}\frac{2}{2}$ *l. 24 3550. p. 19. l. 2. & 6.* in fractionibus permutentur numeri ſuper lineares cum ſublinearibus *l. 22. duas tertias p. 21. l. 10. dividatur l. 29.* dele punctũ, *p. 24. l. 15. 16. Geometricâ p. 30. l. 2.* pro ſingulas, ſcribe *ternas. l. 26.* pro dextram ſcribito *ſiniſtram. p. 31. l. 21. 22, 23. radicales ſurde ſolidi. p. 32. l. 5. quadratum l. 9. quadratorum l. 25. hoc eſt l. 26. om[illegible]imo l. 30. vel* ÷ *p. 33. l. 3. ineffabilibus p. 35. l. 21. ſervent progreſſionem Arithmeticam p. 43. l. 3. dediſſe libras* $7\frac{1}{2}$ *quæ effluere feciſſent ſitulas 90. l. 22. efficiunt. 66*

IN GEOMETRIA

p. 6. l. 7. angulo ADF. p. 8. l. 32. ut BC, & ex punctis B. & C. utrumq; latus BE & CF producatur. p. 9. l. 7. a punctis F & E in H. l. 8. producta in H. l. 28. linea DE. p. 12. l. 12. majori FD. p. 13. l. 12. recta AD. hæc erit media proportionalis, ut v. gr. ſi AB ſit partium octo, AC duarum, erit AD partium quatuor. p. 15. l. 6 BE quæ eſt media. p. 16. l. 19. v. g. AB. l. 21. circino in C deſcribatur. l. 28. deleatur *DEF &c. p. 19. l. 7. factis, erit AG latus Pyramidis, AF latus Octaedri, BG latus cubi, BI. p. 24. l. 7 CD, EF item AGH, GHF. l. 8. oppoſito EHG. l. 9. CGH. EHG. l. 14. ABC, ABD. l. 3[illegible] H. [illegible] a latere angulum acutũ HIK. p. 25. l. 4. angulũ acutũ l. 13. 14 ſ[illegible]nento DEF l. 15. ſegmento ABF re[illegible]o major, ABE re[illegible]o minor. p. 2[illegible]. l. 13. 14. rectangulum BAD cum d[illegible] obtu[illegible]. p. 29. l. 1[illegible]. Baſ. BC l. 17. AC ita l. 30. vel EB. acutis ABD, ADB. p. 37. l. 16. CAPITIX.*

IN ASTRONOMIA.

p 6. l. 10. & ſemidiametri p. [illegible]. l. 7. [illegible] Circuli longitudinum ſunt circuli per Eclipticæ [illegible] dicti, longitudine[illegible] um determinantes Circuli latitudinum ſunt circuli ad Eclipticam &c. p. 10. l. 4. 5. A[illegible]mp. 18. l. 13. concentrici. p. [illegible]. l. 12. tarditas atq; l. 13. imminutio [illegible] p. 3[illegible]. l. [illegible]. 4. Epicycli & omnes circuli minores 3. adhuc ſp[illegible] par[illegible] circuli. p. 32 l. 5. Diametri eſt quæ Diameter. p. 35. l. 31. affectiones. p. 37. l. 2. figuram l. l 33 loco [illegible] *VIII.*

VIII. citatæ, inſpiciatur circellus penes centrum figuræ quartæ & conferatur *p. 47. l. 1. & ſeqq. p. 39. ἀκρίβεια, centro orbis. p. 44. l. 39. 18. minutis p. 45. l. 27. VAm. p. 46. l. 2. KAm. l. 10. cui æqualis KAm. l. 23. CA, Cd. l. 27. angulum dAg. p. 47. l. 6. particulam cd. l. 2[illegible], Vog. p. 48. l. 10. lunii vel plenilunii p. 54. l. 15. autumnale in L. lin. 22. perpendicularis PR*

IN GEOGRAPHIA.

p. 2. l. 9. γεωδαισία, ἐπιπεδομετρία. p. 6. l. 3. 4. occidentalis p. 13. numerus folii omiſſus eſt. *l. 16. ἀντίποδες.*

IN OPTICA.

p. 12. l. 5. dele *vel L. l. 28. vexa. ſpeciem exhibentia luculentiorem.*

IN HARMONICA.

p. 16. l. 11. vel ſpacio l. 12. cancellatum l. 19. Toniscum Semitonia. p. 20. l. 16. ſuperante conſtat. Chro- p. 22. l. 23. Tetrachordi chorda minima. l. 25. bis poſita ſunt verba *adde pro ſemitonio partes 6, fiunt 96, quorum proportio ad 90. p. 25.* lineâ Syſtematum Muſicalium tertiâ, nota quarta debebat eſſe in f, lineâ quintâ notula tertia omiſſa eſt, debebat autem eſſe in g. *p. 26. l. 14. ab intervallo unius p. 38. l. 15. judicarint. p. 44. l. 5. E tali autem. p. 45. l. 20. 7. Sexta major. 8. Sexta minor p. 55. l. 31. quam E. p. 56. puræ ut ipſi. l. 21. reſpectu* c. & D.

IN MECHANICA.

p. 1. l. 4. in motu locali. p. 3. l. 18. difficultate. l. 21. dici non. p. 4. l. 30. obliquus. p. 5. l. 9. inter omnia p. 11. l. 21, diſtat pondus. l. 26. 27. AC ad CB. p. 15. l. 33. ſinum totum.

Index librorum & capitum hujus Directorii Mathematici

L*ibellus primus continet* Arithmeticã *cujus partis Generalis Definitio & Diviſio.* *p. 1.*

cap. 1. De numeratione in genere & in ſpecie eâque eſt circa numeros aliqua peculiari præ reliquis proprietate affectos *p. 2.*

cap. 2. De numeris fractis eorumq; tractatione *p. 5.*

cap. 3. De Logiſtica Sexagenariâ & Decimali *p. 12.*

cap. 4. De tractatione numerorum reſpectivè conſideratorum, hoc eſt Proportione, Progreſſione, Mediatione &c. *p. 18*

cap. 5. De numeris figuratis *p. 25.*

cap. 6. De numeris Coſſicis *p. 30.*

Partis ſpecialis cap. 1. De Regulâ Trium & peculiari ejus compendio quod Practicam Italicam vocant *p. 36.*

cap. 2. De regulis vulgaribus, videlicet Conversâ Duplicatâ ſeu quinq., Societatis, Lucri aut Damni, Permutationis mercium, Cambii, Alligationis, Falſi, ad Regulam trium reducendis. *p. 34.*

cap. 3. De Algebrâ ſeu Coſſâ *p. 44.*

Geometria *initium ſumit poſt p. 46. Arithmeticæ. Hujus cap. 1. De potioribus definitionibus ad Geometriam ſpectantibus.* *p. 1.*

cap. 2. Continens problemata Geometrica quotidie præ reliquis occurrentia. *p. 4.*

cap. 3. quod eſt Trigonometriæ primum continens definitiones & declarationes terminorum Trigonometriæ propriorum *p. 20.*

cap. 4. Geom. 2. Trigonometriæ. In quo regulæ Trigonometricæ inſervientes caſibus Triangulorum rectilineorum qui ſine operoſo Sinuum Tangentium & Secantium calculo abſolvi poſſunt. *p. 22.*

cap. 5. Geom. 3. Trigonom. in quo Regulæ Triangulorum Sphæricorum itidem inſervientes iis caſibus, qui ſine operoſo Sinuum Tangentium & Secantium calculo abſolvi poſſunt. *p. 26.*

cap. 6. Geom. 4. Trigon. In quo regulæ Trigonometricæ ſpeciales pro omnibus caſibus Triangulorum rectilineorum, qui immediatè calculo ex tabulis ſinuum & regulâ proportionum abſolvuntur. *p. 28.*

cap. 8. Geom. 5. Trigonom. ubi Regulæ Trigonometricæ ſpeciales pro omnibus caſibus Triangulorum Sphæricorum, quæ ex tabulis Sinuum Tangentium & Secantium immediatè ſolvi poſſunt. *p. 30.*

cap. 8. Geom. 6. Trigonometriæ. De uſu harum regularum & compendiis. *p. 33.*

cap. 9. In quo Problemata Epipedometrica & Stereometrica potiora. *p. 37.*

Poſt pag. Geometriæ 38. ſequitur Directorii Mathematici libellus tertius *In quo continentur ſequentia*

Compendium Aſtronomiæ *ubi de Aſtronomia Definitione & diviſione* *p. 1.*

Partis Generalis cap. 1. De principiis Aſtronomiæ in genere, & in ſpecie de iis quæ ad partem Sphæricam pertinent. *ibid.*

cap. 2.

cap. 2. partis Generalis. De affectionibus primorum mobilium quà talium. p. 8.
pars ſpecialis Sphærices. p. 15.
Compendium partis Aſtronomiæ ſecundæ quæ Theorica Planetarum dicitur p. 24.
Commemoratio principiorum. & primò phyſicorum. ibid.
Mathematicorum. p. 26. *paſſionum* p. 27.
Definitiones tum principiorum tùm paſſionum. p. 28.
pars Theorica ſpecialis. p. 35.
Ordo applicationis principiorum ratione inventionis. Qua ratione ſcilicet Aſtronomi ad hanc vel illam formam Hypotheſeon devenerint. p. 36.
Eadem applicatio ratione uſus. p. 45.
ubi ſex problemata 1. De computando motu Solis.
2. De computo duplicis Epicycli in reliquis Planetis p. 46.
3. Anomaliarum æquinoctiorum & ſimilium calculus. p. 47.
4. De Elliptico motu Keppleri.
5. De loco & ſitu planetarum ad terram. ibid.
6. De calculo Eclipſeon. p. 48.
Explicatio Figurarum ad Compendium Aſtronomicum pertinentium & primo Sphæricarum. p. 49.
ad Theoriam Planetarum pertinentium. p. 52.
In fine annexa ſunt duo folia figurarum ænearum & Catalogus fixarum faciliori earum agnitioni accommodatus.
Geographiæ *compendium poſt 55. Aſtronomiæ.*
Ejus diviſio & initium partis generalis ubi commemorantur principia. p. 1.
Affectiones. p. 2.
pars ſpecialis. p. 6.
Explicatio figurarum in adjuncto folio æneo. p. 11.
Compendium Opticæ *poſt pag. Geographiæ 16. cujus definitio & diviſio & partis generalis cap. 1. de principiis. p. 1. c. 2. de affectionibus.* p. 2
partis ſpecialis cap. 1. ubi poſt diviſionem hujus partis de illuminatione ſimplici. p. 3.
cap. 2. de iis quæ cum deceptione in hoc genere conjuncta ſunt. p. 4.

cap. 3.

cap. 3. continens potiora Theoremata de Catoptricis. p. 6.
cap. 4. De Dioptricis p. 7.
Explicatio figurarum Opticarum in adjunctâ tabula aneâ, in qua inter alia oſtenditur modus delineandi figuras opticas architectonicas. p. 10.
Harmonicæ *compendium poſt pag. 12. Optica Definitio & diviſio cum initio cap. 1. de Erroribus aut defectibus Theoreticorum circa principia Harmonica.* p. 1.
cap. 2. de veris principiis Harmonicis, & primo iis quæ è Phyſica deſumta ſunt. p. 7.
cap. 3. De principiis Mathematicis & primò de definitionibus p. 10.
cap. 4. De Poſtulatis & Axiomatibus Harmonicis p. 25.
cap. 5. Continens Theoremata & problemata Harmonica. p. 29.
Explicatio figura anea adjecta. p. 52.
Mechanicæ *compendium. poſt p. 56. Harmonica. Definitio & diviſio & initium cap. 1. In quo continetur pars Generalis de Definitionibus Petitionibus & Axiomatibus.* p. 1.
cap. 2. in quo propoſitiones pluribus ſpeciebus motuum & inſtrumentorum accommodabiles. p. 5.
cap. 3. de applicatione principiorum ad potentias ita dictas. p. 9.
In fine eſt figura anea paſſim hactenus allegata.

Vnd dieſes Indicis kan ſich auch der buchbinder gebrauchen in ſetzung der Tabellen auff welchen kein zal der blätter ſtehet.

DIRECTORII MATHEMATICI
MATICI

Libellus primus

in quo continetur

ARITHMETICA

TOTI PRAXI MATHESEOS
OMNIUMq; EJUS PARTIUM
INSERVIENS

authore

M. ABDIA TREUU MATH.
ET PHYS. IN UNIVERSITATE
ALTDORFFINA PROF. PUBL.

ALTDORFFI

Typis GEORGI HAGEN Academiæ
Typographi.

Digitized by Google

COMPENDIUM ARITHMETICÆ PRACTICÆ COMMUNITER ITA DICTÆ.

ARithmetica eſt ſcientia numerandi. Tractatio ejus, ut in procemio diximus, duplex eſt, Acroamatica & Exoterica.

Acroamatica non tantum docet quomodo numeri ſint in numeratione tractandi, ſed & cur hoc vel illo modo tractatis, hic vel ille numerus proveniat. Hic tractandi modus etſi ſolus verè ſcientificus eſt, quia tamen compendioſè tractari non poteſt, itaq; ab Euclide & aliis in procemio citatis petendus.

Exotericè tractata Arithmetica communiter vocatur Arithmetica practica. Sed hæc duos quaſi gradus habet, aut enim praxin quidem docet, materiam tamen certam non denominat, & hæc adhuc ad generalem Matheſeos partem pertinet, & ab Acroamatico tractandi modo in eo tantum differt, quod in ſua praxi quoad nudum τὸ ὅτι tractet & adhibeat ea quorum τὸ διότι Acroamaticâ demonſtratione oſtenditur. Alter gradus eſt quo non tantum ad omnes ſpecies numerorum atq; numerationis, ſed & ad certas materias numerabiles deſcenditur. Nos priorem præcipuè perſequemur, ita tamen, ut non difficulter hinc ad alterum

Digitized by Google

deſcendere poſſit is qui res & negocia in calculo occurrentia intellexerit.

Erunt itaq; partes hujus tractationis duæ: Generalis, agens de numeratione ſeu Algorithmo in genere, ſpecialis de regulis ſpecialibus.

Cap. 1. de Numeratione in genere & in ſpecie eâ quæ eſt circa numeros nulla peculiari præ reliquis proprietate affectis.

Numeratio in genere eſt talis numerorum tractatio unde valor eorum innoteſcat. Species illius quas voce Algarithmi vulgò comprehendunt, ſunt, Numeratio κατ' ἐξοχὴν dicta, Additio, Subtractio, Multiplicatio, Diviſio, ad quam in ſpeciebus quibusdam numerorum refertur etiam Radicum extractio.

Numeri diverſitatem aliquam in his operationibus requirentes dividuntur tripliciter. Sunt enim 1. vel integri vel fracti 2. vel nudi vel figurati 3. vel per ſe vel in reſpectu ad invicem conſiderati.

De Numeris itaq; integris nudis & abſolutis per ſingulas numerandi ſpecies traducendis ut agamus: primò Numeratio κατ' ἐξοχὴν ita dicta eſt operatio Arithmetica, numeros rectè & ad operationem reliquam accommodatè ſcribens, & ritè ſcriptos enunciians.

Relictis hic variis variorum populorum & linguarũ characteribus, vulgò uſitatos tantùm hic ponemus, qui duplices, vel ſolitarii, vel ex ſolitariis cõpoſiti. Solitarii ſunt vel numerorum propriè dictorum (& vocantur digiti; tales ſunt omnes infradenarium) vel Siphræ (quæ quaſi vicarius eſt numerorum ut

Digitized by Google

ut mox videbimus) compoſiti ſunt digiti cum uno aut altero digito vel ſiphrâ conjuncti.

De pronunciatione hæc teneatur regula : quòd quilibet digitus vel ſolitariè vel in fine compoſiti alicujus Numeri, hoc eſt verſus dextram numerantis aut ſcribentis (nonnulli principium vocant) poſitus, ſignificet ſeſe ſimpliciter, proximus inde verſus ſiniſtram decuplum, inde proximus centuplum, hinc proximus millecuplum ſui valoris, huic verò proximus iterum decuplum, inde centuplum, hinc iterum millecuplum hujus millecupli (hoc eſt millies millium, milleſimo adeò ſemper ſub intellecto) & ſic deinceps ſemper in ratione decupla ad priorem aſcendendo. Siphra nihil quidem per ſe ſignificat, facit tamen ut numerus verſus ſiniſtrā decuplo pl⁹ valeat quàm valeret, ſi ſiphra non adeſſet.

De ſcriptione hæc teneatur regula, ut incipiendo à ſiniſtrâ verſus dextram, quoties millium mentio fit, toties fiat punctum, proximum à puncto verſus dextram explebit centenarius, ſecundum denarius, tertius locus, ſi punctum adſit, ipſi debetur, adeoq; ſequenti verſus dextram milleſimo, ſi autem nullum punctum reſtet, digito. Si nullius numeri ad talem aliquem locum pertinentis fiat mentio, expleatur ſiphrâ. Exempla paſſim ſunt obvia, & prolectione publicâ non negligentur.

Additionis modus hic eſt: Numeri addendi ſibi invicem ſubſcribantur, ita ut digiti ſub digitis, denarii ſub denariis centenarii ſub centenariis &c. ſcribantur, aut ſi qua ſpecies deſit, ſiphrâ expleatur. Facto deinde initio à dextris ſumma numerorum dire-

Digitized by Google

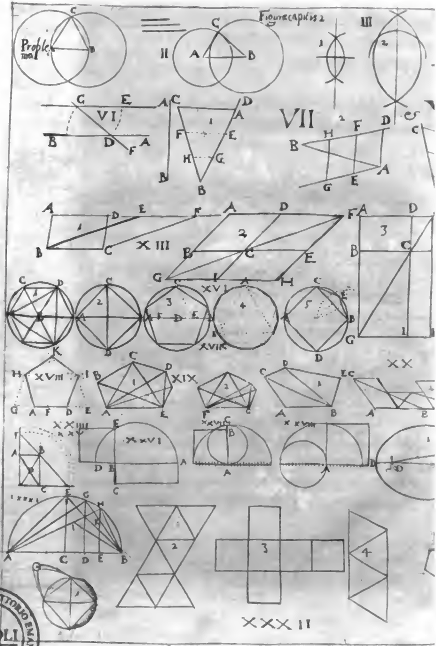
ctè ſibi ſubjectorum capiatur, ſi ad decem, aut ultra excurrant ut unicâ figurâ exprimi nequeant, numero ex ſequenti columna colligendo adjiciantur tot unitates quot denarii ſuper averit.

In Subtractione ſcriptionis modus prorſus idẽ eſt, qui in Additione. Id tamen notandum, commodius â tironibus minorem numerum majori quàm hunc illi ſubſcribi. Cum autem fieri poſſit ut numerus ex pluribus characteribus conſtans, quamvis minor ſit (quod fit quando vel pauciores numero digitos vel digitum ſiniſtimum digito alterius minorem habet) aliquos tamẽ digitos imò omnes, excepto ſiniſtimo majores habeat. itaq; notandum, ſi digitus aliquis ſubtrahendi major ſit digito â quo debebat ſubtrahi, tùm pro hoc augendo adſciſci â proximo verſus ſiniſtram unitatem, hoc eſt, ut circa numerationem audivimus denarium & ſic deinceps, donec ſubtractio totius numeri abſolvatur.

Pro Multiplicatione & Diviſione meminerint tirones, memoriæ mandandam tabulam Pythagoricam, quam vulgò vocant, das Einmal eins/ quâ cognitâ in Multiplicatione iterum ſubſcriptio mutua multiplicantis & multiplicati fiat, initio facto â dextris. Eodem â loco etiam multiplicationis initium fiat ducendo ut loquuntur, hoc eſt multiplicando ſingulos characteres multiplicantis in ſingulos multiplicãdi, & quod provenit ita ſubſcribendo, ut initium fiat ſub charactere multiplicante, & quicquid ad denarium vel ultra aſcenderit ſiniſteriori tot unitaties quot denarii fuerint adjiciatur: & ſumma numerorũ inde

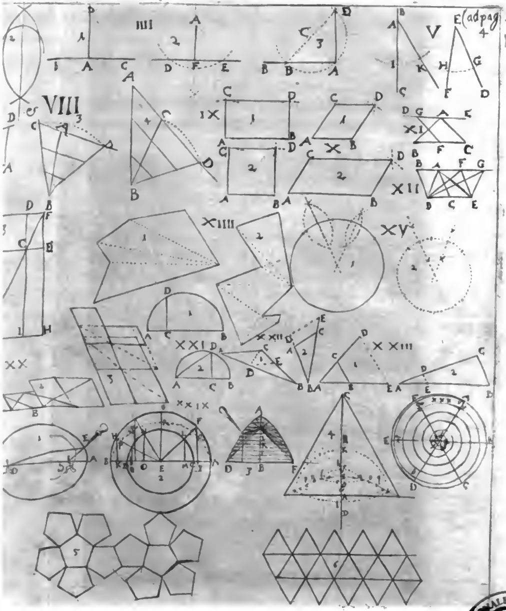
nata-

Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI
Digitized by Google

Digitized by Google

natorum ſi plures ſint addendo ut ante dictum colligatur.

In Diviſione diviſor ſubſcribendus eſt Dividendo, initio facto jam non â dextris, ſed â ſiniſtris*, ita ut ſiniſtimus character ſeu digitus ſiniſtimo, ſi hic minor fuit, aut proximè dexteriori ſi major, ſubſcribatur.

Operationis partes tres ſunt. 1 Primò video, quoties diviſor (totus ſi unico charectere conſtet, ſiniſtimus ſi pluribus) in directè ſupra ſcripto numero contineatur, quociente ad latus per lineam diſcretum ſcripto. 2. Quotientem hunc in characte rem dividẽtem multiplico. 3, Summam ex multiplicatione natam â ſuperiore ſubtraho, quod reſtat ſupraſcribo. Tres hæ operationes adhibentur in charactere diviſionis primo aut unico ſi unicus ſit, in ſiniſtrum tantũ ſi pluribus conſtat, ſecunda & tertia, (omiſsâ primâ) in reliquis.

Exempla paſſim proſtant. *Non enim tàm Arithmethicam præſertim in his paſſim tritis quam Arithmetica tradendæ & diſcendæ Methodum, apud hos perplexam, apud alios mancam, tradere hoc loco conſtitui. Sufficiant ergo hæc de Algorithmo ſeu de ſpeciebus computandi in numeris vulgaribus ſimplicibus & integris.*

Cap. 2. de *Numeris fractis eorumq; tractatione*

Numeri fracti, ſunt numeri, partes certas integri alicujus, in quas diviſum concipitur, ſignificantes. Scribuntur duobus characteribus infra & ſupra invicẽ poſitis & lineolâ interjectâ diſcretis, quorum ſuperior vocatur numerator, numerans & exprimens partes,

Inferiordenominator, dicens quotæ ſint partes ipſius integri. Dividuntur autem factiones quatuor modis. Suut enim 1 vel ſimplices, ut $\frac{2}{3}$ velcompoſitæ, idq; vel ex integro & fracto (ut $1\frac{3}{4}$ vel $3\frac{3}{4}$ hoc eſt unũ integrum vel tria integra cum tribus quartis,) vel ex fractionibus fractionum, (ut $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ hoc eſt, duæ tertiæ quatuor quintarum è ſex ſeptimis partibus.) 2. vel conſtant ex numeris minimis primis in ſuo genere hoc eſt talibus quibus minoribus eadem fractio exprimi non poſſit, ut $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$ vel majoribus & compoſitis qui tamen eandem fractionis ſpeciem ſignificant ut $\frac{2}{4}$ $\frac{4}{6}$ idem valent quod minores modo dicti. 3. Vel ſunt regulares, ubi numerator minor eſt Denominatore ut $\frac{2}{3}$, vel irregulares ubi major, ut $\frac{3}{2}$. 4. In comparatione mutua sũt vel ejusdẽ cum alia fractione denominationis, vel diverſæ.

Commodè autem hoc loco mentio fit partium aſſis hoc eſt unius integri in 12 diviſi certa nomina apud latinos habentium & comprehenſarum hac tabellâ.

Uncia	$\frac{1}{12}$	In minimis Numeris	$\frac{1}{12}$
Sextans	$\frac{2}{12}$		$\frac{1}{6}$
Quadrãs	$\frac{3}{12}$		$\frac{1}{4}$
Triens	$\frac{4}{12}$		$\frac{1}{3}$
Quincunx	$\frac{5}{12}$		$\frac{5}{12}$
Semisſelibra	$\frac{6}{12}$		$\frac{1}{2}$
Septunx	$\frac{7}{12}$		$\frac{7}{12}$

Google

Bes	$\frac{8}{12}$	$\frac{2}{3}$
Dodrans, nonuncium	$\frac{9}{12}$	$\frac{3}{4}$
Dextans	$\frac{10}{12}$	$\frac{5}{6}$
Deunx	$\frac{11}{12}$	$\frac{11}{12}$

Porro quia nonnullæ dictarum fractionis ſpecierum nó ſunt aptæ per additioné Subtractionem Multiplicationem & diviſionem tractari, niſi prius reducantur; itaq; hæc *Reductio* etiam, tanquã pars numerationis tradenda eſt & continetur ſequentibus problematis. I Fractiones Fractionum ad ſimplices reducere. Numeratores ducantur in invicem, & denominatores itidem in invicem. Ita ex $\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{6}{7}$ fiunt $\frac{48}{105}$.

II. Fractionem numeris juſtò majoribus ſeu, ut Euclides loquitur, compoſitis, expreſſam ad ſimplices ſeu in ſuó genere minimos reducere. Inveniatur maxima communis menſura, hoc eſt numerus maximus quo uterq; dividi poſſit, qui adeò utrumq; dividens, numeros iſtos minimos ſeu inter ſe primos exhibebit Communis illa menſura exercitatioribus & ſagacioribus ſolo ſæpe aſpectu fractionis apparet. Si autem nõ appareat, ſequentes obſerventur Regulæ: 1 dividantur termini in invicé, vel minor, præſertim ſi nõ niſi ſemel in majore contineatur, ſubtrahatur à majore alternatim. hoc eſt reſiduũ primæ diviſionis vel ſubtractionis ſubtrahatur à minore vel illũ dividat, & ſic deinceps, do-

donec vel nihil remanſerit vel unitas. Si nihil remanſerit, tum diviſor ille ultimus poſt quem nihil remanſit, eſt communis illa menſura per quam uterq; dividendus eſt. Ita in fractione $\frac{56}{120}$ maxima communis menſura eſt 8, per quam utroq; termino diviſo, fit fractio minor ejusdem valoris $\frac{7}{15}$ Sin unitas remanſerit, argumento ea eſt, fractionem minoribus numeris exprimi non poſſe, quàm expreſſa jam ſit. 2. Si numerator præcisè aliquoties habetur in denõinatore, tũ ipſe numerator eſt cõmunis mẽſura per quam diviſo denominatore, quotiés eſt novus denominator; & in locum prioris numeratoris ſuccedit unitas. Ita ex $\frac{3}{12}$ fit fractio idem valens $\frac{1}{4}$ 3. ſi uterq; terminus fractionis in fine habuerit ſiphras, tum illæ æquali numero utriq; ademtæ conſtituunt terminos minores, idem valentes cum prioribus. Ita $\frac{200}{300}$ non plus ſignificat quàm $\frac{2}{3}$ & $\frac{2100}{4000}$ non pluſquàm $\frac{21}{40}$ § III Fractiones quæ plus integro valent ad integra reducere. Tales ſunt in quibus numerator major eſt Denominatore; per quẽ adeò numeratore diviſo, quotiens ſignificabit integra, reſiduum, ſi quod fuerit, dabit novum numeratorem ejusdem qui ante fuit Denominatoris. ita ex $\frac{4}{3}$ fit $1\frac{1}{3}$ ex $\frac{27}{8}$ fit $3\frac{3}{8}$

IV. Fractionem ad aliam denominationem reducere. Multiplicetur numerator per novum denomi-

nato-

natorem, in quem fieri debet reductio, & productum dividatur per priſtinum denominatorem. ut ſi dicam duæ tertiæ quot faciunt ſexageſimas? Reſp. 40. E. ex fractione $\frac{2}{3}$ facta eſt fractio ejusdem valoris ſed diverſæ denõinationis $\frac{40}{60}$. Ita ſi quæras $\frac{2}{3}$ quot faciunt quartas? reſp: duas cum $\frac{2}{3}$ unius quartæ.

V. Datis pluribus fractionibus, utra major ſit cognoſcere. Ea ſcilicet major eſt, cujus numerator ductus in denominatorem alterius majorem numerum parit.

VI. Fractiones diverſas diverſæ denominationis ad eandem denominationem reducere. 1. ſi duæ tantum ſint, tunc multiplicentur in invicem duo denominatores, & producetur denominator communis, deinde numerator minoris ductus in denominatorem majoris, & numerator majoris in denominatorem minoris, dabunt novos numeratores, ille minoris, hic majoris fractionis. Ita duæ fractiones $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ mutantur in has ejusdem denominationis & valoris prioris $\frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$. 2. Si plures fractiones quàm duæ propoſitæ ſint, ducatur denominator primæ in denominatorem ſecundæ, productum hoc in denominatorem tertiæ & ſic deinceps. Deinde ducantur numeratores ordine in novum denominatorem, & producta dividantur per priſtinos ipſorum denominatores & provenient novi numeratores pro ſingulis. Ita hæ fractiones $\frac{1}{2}\ \frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{4}{5}$ referri poſſunt ad has prioris valoris

& ejusdem denominationis. $\frac{60}{120}$ $\frac{80}{120}$ $\frac{90}{120}$ $\frac{96}{120}$

3. Si productũ priorũ denominatorũ & denõïnator ſequentis habuerint unam communem menſuram, tunc reducendo eorum producta ad terminos minores, & per minimum producti multiplicato denominatore ſequente, denominator communis minor fiet. Ita eædem fractiones reduci poſſunt ad has $\frac{30}{60}$ $\frac{40}{60}$ $\frac{45}{60}$ $\frac{48}{60}$ idem valentes eundemq; denominatorem habentes ſed minorem priori.

VII. Integra frangere. Hoc fit multiplicando integra per denominatorem partium in quas frangenda ſunt. Vt 7 floreni quot efficiunt crucigeros ſeu partes ſexageſimas? Reſpondeo: poſt dictam operationem 420. Hinc naſcitur fractio $\frac{420}{60}$

VIII. Integra cum fractis ad eãdem Denominationem redigere. Integra frangantur ut modo dictum, hoc eſt multiplicentur per denominatorem fractionis adhærẽtis, & denõïator adijciatur producto. Ita ex $3\frac{2}{3}$ fiũt $\frac{11}{3}$ cõmodiora interdũ ulteriori computo, per reliquas numerationis ſpecies, quæ breviter in numeris fractis ita habent.

I. Pro Additione & Subtractione ſciendũ, redigendas prius ad eandem denominationem. Pòſt numeratorem numeratori addendum, vel, ſi ſubtractione opus ſit, minorem à majori ſubtrahendum.

II. Pro Multiplicatione ducantur Numerato-

res

Digitized by Google

res in Numeratores, & Denominatores in Denominatores.

Pro Diviſione uſurpatur multiplicatio per crucem, multiplicato Numeratore Diviſoris in denominatorem dividendi, & viciſſim, & naſcetur illa operatione denominator, hac Numerator Quotientis. Ita diviſis $\frac{11}{12}$ per $\frac{4}{7}$ naſcitur hæc $\frac{77}{48}$ & poſt reductionem $2\frac{37}{48}$ aut in terminis minimis $1\frac{9}{16}$ diviſis verò $\frac{4}{7}$ per $\frac{11}{12}$ naſcitur $\frac{48}{77}$. Si integri numeri per fractos; aut hi per illos dividendi vel multiplicandi ſint (ut ſæpè fit in regulâ trium) tunc numero integro accepto pro numeratore ſubjiciatur unitas tanquam denominator, & operatio fiat per eum ut per alios numeros fractos.

III. Tradunt & hanc operationem circa minutiam Arithmetici quam vocant Minutiam minutiæ inſerere, quam Clavius (in appendice l. 9. Euclidis) explicandam docet duplici ſenſu & per exempla declarat in minutiis $\frac{3}{4}$ & $\frac{6}{7}$ ubi primus Inſertionis ſenſus ſit, addendas eſſe $\frac{3}{4}$ unius ſeptimæ ad $\frac{6}{7}$ ſecundus ſenſus ſit minutiam $\frac{3}{4}$ totius minutiæ $\frac{6}{7}$ addēdā eſſe ad minutiam $\frac{6}{7}$ In primo ſenſu, ex Numeratore, 6. ducto in Denominatorem 4, fiat 24, cui addatur numerator 3, & numero indefacto ſupponatur Denominator factus ex multiplicatione mutua 4 & 7. Secūdo ſenſu

ex numeratore poſterioris, 6, in denominatorem prioris, 4 fiat 24 cui addatur productus ex numeratoribus 18. Summæ (h l. 42.) ſupponatur procreatus ex Denominatoribus 4. & 7 in ſe in vicem ductis videlicet 28, & fiet in priori modo minutia $\frac{27}{28}$ in poſteriore $\frac{42}{28}$

Cap.3 de Logiſticâ Sexagenariâ & Decimali.

Quia proximè antecedens tractatio numerorũ fractorum operoſior & prolixior viſa eſt iis in rebus, quæ in partes admodùm minutas dividendæ ſunt: duo compendia excogitârunt Mathematici, unum ut in ſexageſimas & has iterum in ſexageſimas, alterum ut in decimas & decimarũ decimas, & ſic deinceps, quoad opus videretur, omnes fractiones redigerent, integra contrà ultra modum excreſcentia illic in ſexagenas, hic in cẽtenarios & millenarios colligerẽt. prior modus vocatur Logiſtica ſexagenaria, ſeu ſexageſimalis, poſterior Decimalis. Sexagenariæ uſus præcipuus, nec ſine ſummo diſpendio evitabilis eſt in Aſtronomicis. Decimalis præcipuè in Geodæticis & in Architecturâ militari. In his ergo quomodo ſingulæ ſpecies Algorithmi ſeſe habeant videndum eſt.

Numeratio in Logiſtica Saxagenariâ ita habet: Integra plerumq; ſunt gradus circuli, aut Dies, interdum & Horæ. Hæc ſi fractionem annexam habeant, redigantur ex regula 4. capitis antec. ad denominationem ſexageſimalem ſi fractio ſuperet, iterum in aliam, & ſic deinceps quoad opus videbitur. Per primam operationem exhibebuntur minuta prima, per ſecundam ſecunda & ſic deinceps. Integra verò ſi ad

ſexa-

ſexaginta uſq; excreverint, tum diviſione illorum per 60 prodibunt ſexagenæ primæ, harum ſimili diviſione ſecundæ, harum iterum tertiæ. Ulterior Aſcenſio licet fieri poſſit, uſum tamen vix habet, & quidem in diebus tantû. In gradibus enim circuli ne ultra ſexagenas quidem primas aſcenditur, ſed ſi ſumma ad ſex ſexagenas primas (quæ integrum circulum conficiunt) vel ultra excreverit, omnes ſexagenæ uſq; ad primas abjiciuntur, aut loco ſexagenarum ſigna Zodiaci adhibentur, iterum abjicienda ſi ad 12 uſq; excreverint. integra ſcribendo exprimuntur ſuperpoſitâ ſiphra vel literâ initiali rei quam ſignificât (G D. H gradus, dies, horæ) In reliquis tot virgulis referentibus figuram accentuû acutorum in ſcrupulis ſeu minutis, graviû in ſexagenis quotæ fuerint in ordine Exemplo tùm ſcriptionis tùm pronunciationis unico contenti erimus. Motus longitudinis Lunæ â Sole medius dierum 27. juxta Lansbergium vel ita exprimitur ` ° I II III IV V VI id eſt 5.
5. 29. 9. 0. 39. 22. 34. 30.
ſexagenæ primæ, 29. integra (h. l. gradus) novem minuta prima, nullum ſecundum, triginta novem tertia, &c. vel ita: S. G. I &c hoc eſt decem ſigna, 29 gradus,
10. 29. 9.
9 prima &c: ſi integra eſſent Dies, ita ſcriberetur & diceretur, ` D. I hoc eſt, 5 ſexagenæ dierum, 29. dies,
5. 29 9.
9. ſexageſimæ partes ſeu minuta diei & ſic d inceps. Si horæ eſſent, (quod tamê in ea Matheſeos parte ubi de Horis agitur, hoc eſt Aſtronomia vix contingit, cum integer dies tantum 24 horarum ſit) ſed tamen ſi Horæ eſſent, tunc 5. ſexagenæ Horarum prius multiplicatione per 60 redigerentur in integra & horis 29, adderentur

tur & fierent 329. Horæ. hæ diviſæ in 24. redderent 13 dies, reſiduis horis 17. Ita ergò ſcriberetur D H 1 &c: 13. 17. 9. hoc eſt. Dies 13. Horæ 17; 9 prima &c: Hæc de Numeratione.

In Additione & Subtractione horum numerorum nihil ferè eſt peculiare præ numeris vulgaribus, modò memineris, ſi in additione numerus excreſcat ultra 60, tùm ſexaginta quoties poteſt abijcienda, & numero â ſiniſtris proximo totidem unitates adijciendas in ſubtractione verò ſi (ut fieri ſolet, quando notæ poſteriores ſubtrahendi majores ſunt iiſdē ordinis notis ejus numeri â quo ſubtractio fit) â ſequenti ſpecie verſus ſiniſtram unitas mutuo ſumatur tum numero cui inſervit iſtà mutuatio accedere ſexaginta. Sequenti autem â quo facto eſt mutuatio decedere unitatem. Ita ſi addenda ſint \ 0 I II 1. 5. 45. 26. ad ; 0 I II 3. 54. 24. 15. provenit, ſumma \ 0 I II 5. 0. 9. 41. Hoc eſt 5. ſexagenæ, nullum integrum (quia integra ad ſexagenam excreverunt) 9. prima 41. ſecunda. Sin ſubtrahatur primus ille ab hoc poſteriori, reſtabunt, / 0 I II 2. 49. 18. 45.

Multiplicatio & Diviſio perficiuntur per Canones ſexagenarum peculiariter huic negotio deſtinatos, ubi in multiplicatione quæſitis multiplicante & multiplicando, altero in fronte altero in latere; angulus communis oſtendit productum. In Diviſione, diviſore quæſito in fronte, dividendo vel ipſo vel proximè minore in area deſcendendo, numerus à latere erit quotiens prorſus eodem modo tractandus, quo in di-

Digitized by Google

viſione numerorum vulgarium, niſi quod multiplicatio fiat per Canonem ſexagenarum, & de valore producti ſeu ut loquuntur *ſpecie emergente*, in multiplicatione. quotientis in diviſione poſt operationem perfectã quæſtio fit. Qua de re breviter hoc tenendum; in Multiplicatione characteres Multiplicantis & multiplicandi invicem componi. v. g. ſi multiplicandi character verſus dextram fuerit minutorum ſecundorum, multiplicantis primorum, (aut vice versâ) producti character dextimus erit tertiorum, ergò ſiniſterior ſecundorum, iterum ſiniſterior primorum, proximus ſignificabit integra, &c. In diviſione ſemper emergit ſpecies tantundem ab integro diſtans, quantum abeſt ſpecies dividenda à dividente. In ſpecie

1. Integrum diviſum per integrum producit integrum, diviſum autem per ſpeciem quamcunq; alterius, producit ſpeciem eandem generis diverſi (v. g. per ſcrupula prima ſexagenas primas & contra.

II. Species generis alterutrius 1. diviſa integra, producit eandem ſpeciem. 2. diviſa per eandem ſpeciem producit integrum 3. diviſa per diverſam ſpeciem ejusdem generis prodit eam ſpeciem quam oſtendit relictũ ex ſubtractione characteris minoris à majore, referendum ad genus idem, cum denominatio dividendæ ſpeciei major fuerit ſpecie diviſoris, ad diverſum ſi minor. (4) per ſpeciem diverſi generis producit ſpeciem eam quam oſtendunt denominationes ſpecierum dividendarum inter ſe additæ referendam ad genus ſpeciei dividendæ.

III. Et hæc omnia ſunt intelligenda quando dividendus numerus major eſt diviſore; (*ita ut prima hujus figuræ*

gura in operatione ſub primâ illius poni poſſit) ſin minor ſit, provenit ſpecies proxime minor. *Tantum de Logiſticâ ſexagenariâ, ſequitur*;.

Decimalis quæ ita habet: Omnium fractionũ denominatores rediguntur ad partes decimas, quę ſunt inſtar minutorum primorum, ſi iterum fractio ſupererit, & hæc in decimas tanquam minuta ſecunda & ſic deinceps, donec vel exactè quadret, vel quod ſuperet, nihil importare videatur. Sunt autem integra pro arbitrio computatoris plerumq; pedes interdum decempedæ, quod ſi hæ pro integris habeantur, tùm pedes sũt minuta prima: interdum & ſcobes (ſchacht in foſſionibus pro Architecturâ militari) hoc eſt centum pedes cubici vel decem decempedæ pro integris ſumuntur, (ultra aſcendi non ſolet) Minuta notantur vel itidem apicibus totidē quod ordo requirit, ut in ſexagenariâ, vel numero minuſculo cum ſigno parentheſeos, vel ſubductâ linea ſubſternuntur cum unitate tot ſiphræ quot ordo minuti extremi requirit. v. g. 325 pedes cum $\frac{2}{3}$ ita reſolvuntur ad minuta usq; tertia (niſi ulterius progredi vellemus quod rarò opus eſt) ut naſcatur numerus aliquâ ſequentium figurarum ſcribendus.

325666^{III} vel ita $325666^{(3}$ vel ita $\frac{325666}{1000}$ Integra verò 325 ſi pedes ſunt, tribus modis poſſunt enunciari. Primo ita, ut undè retineatur nomen pedum, ſecundò ita ut dicatur eſſe 32 decem pedas quinq; pedes, vel deniq; ut dicantur 3, ſcobes, 2, decempedæ 5 pedes &c.

Operationes reliquæ nihil habent diverſi ab operationis in numeris vulgaribus, modò in additione & ſubtra-

tractione ſpecies ſpeciēi directè ſubjiciatur, & ſi quidē alter numerorum ad totidem ſpecies non deſcendat, lacuna ſiphris expleatur, ſaltem mente. Ut ſi $3256^{(2}$ addēda ſint ad. 45 integra, aut inde ſubtrahenda, ſubſcribendus erit numero numerus hoc modo:

Additio	4500	ſubtractio	4500
	3256		3256
	7756		1244

Deinde in multiplicatione & diviſione iterum, ut in ſexagenaria, attendendum erit ad *ſpeciem emergentem*. Ubi ſciendum, characterem ſignificantem ſpeciem numeri extremi verſus dextram naſci in producto multiplicationis ex aggregato characterum multiplicantis & multiplicati, in diviſione ex ſubtractione characteris diviſoris à charactere dividendi. Quod ſi dividendus ſolis integris conſtet, aut in operatione fractio ſuperſit, adjungantur illi tot ſiphræ donec character ejus ſaltem unitate vincat characterem Diviſoris.

Ut ſi $2534^{(2}$ multiplicentur per $72^{(1}$, naſcuntur $182448^{(3}$ ſi dividantur per ea, naſcentur $35^{(1}$ cum $\frac{14}{72}$ quæ fractio, ut ad decimales redigatur, augeatur dividendus aliquot ſiphris v. g. duabus hoc modo $253400^{(4}$ & poſt operationem prodibunt $3519^{(2}$ cum fractione $\frac{22}{27}$ quæ vel negligitur ob exilitatem, vel, quia medietatem denominatoris ſuperat, unitas adiicitur in fine producti ut fiant 3526, vel dividendo adhuc una aut altera ſiphra

adiicitur, & operatio quoad commodum videtur, producitur. Si autem v. g. 6 integra per 75 dividenda forent, (ſenarius augeretur 2 ſiphris uno plus quàm character diviſoris obtinet) poſt operationem proveniunt 8 (1, tantum etiam de hiſce.

Cap. 4. de tractatione numerorum reſpectivè conſideratorum.

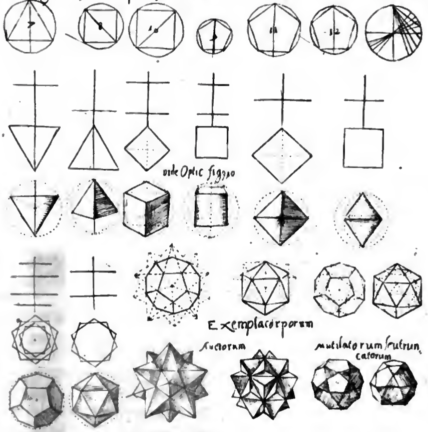
Reſpectus, quo conſiderati numeri diverſam operationem Arithmeticam requirunt eſt vel λόγος & ἀναλογία, Ratio & proportio (ſeu ut alii loquuntur proportio & proportionalitas, item proportio proportionum) vel nudi exceſſus & defectus, quo ab invicem differunt.

Proportio ſeu retio λόγος (definiente Euclide) eſt habitudo quædam unius numeri ad alterum, quatenus illius eſt vel multiplex, vel pars vel partes, vel certè illũ continet ſemel aut aliquoties, aut aliquã inſuper illius partem vel partes. Ratio vel proportio eſt vel æqualitatis (inter terminos æquales) vel inæqualitatis, & hæc vel majoris quando major ad minorẽ, minoris quãdo minor ad majorẽ tanquam antecedens ad conſequentẽ refertur. Utriusq; ſubdiviſio eadẽ eſt, terminis tantùm technicis noñihil differens, de quo dicetur poſtea. Interim pergrediemur juxta proportionẽ æqualitatis maioris, quæ vel eſt ſimplex vel copoſita. Simplex eſt vel multiplex vel ſuperparticularis vel ſuperpartiens, compoſita eſt vel multiplex ſuperparticularis vel multiplex ſuperpartiens. Multiplex eſt quando major terminus minorem ſuperat exactè aliquoties (ut $\frac{2}{1}$ $\frac{3}{1}$ $\frac{4}{1}$ &c.

Google

Figura residua capitis secundi

(ad pag 19



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

&c. ita enunciantur: dupla, tripla quadrupla,) ſuperparticularis, quando unicâ parte aliquot â (ut $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{6}$ &c. ſeſquialtera, ſeſquitertia, ſeſquiquarta) ſuperpartiens, quando aliquot partibus aliqnotis (quæ tamẽ nõ efficiant exactè partem aliquotã: Sic enim in multiplices & ſuperparticulares recideret) ut $\frac{3}{5}$ $\frac{5}{8}$ &c: id eſt ſuperbipartiens tertias, ſupertripartiens quintas. Hæ verò, $\frac{6}{4}$ $\frac{8}{6}$ non ſunt ſuperpatientes: Quia ad minimos terminos reductæ idem ſunt quod $\frac{3}{2}$ $\frac{4}{3}$ quæ ſunt ſuperparticulares. Multiplex ſuperparticularis eſt, quando major terminus minorem continet aliquoties, & inſuper aliquam ejus particulam aliquotam, ut $\frac{5}{2}$ dupla ſeſquialtera. Multiplex ſuperpartiens, quando inſuper aliquot aliquotas ut $\frac{11}{3}$ tripla ſuderbi partiens tertias.

Totidem ſpecies habet proportio minoris inæqualitatis, tantum in eo differentes â modò dictis, quod in ſcribendo major numerus ſcribatur infra lineam & ubi non habet nomen proprium ut in partibus aſſis, in enũciatione præmittatur propoſitio *ſub* ut $\frac{1}{2}$ eſt ſub dupla (dimidium aut ſemiſſis) $\frac{2}{3}$ ſubſeſqnialtera $\frac{3}{5}$ ſubſuperpartiens tertias, & ita in reliquis. Hæc de numeratione proportionalium.

De *Additione & reliquis ſpeciebus Algoritmi*, breviter notandum; Additionem proportionum fieri, ut in fractionibus fiat multiplicatio, & ſubtractionem ut ibi di-

viſio. Multiplicationem autem & Diviſionem locum non habere in proportionibus duorum tantum terminorũ. De pluribus verò terminis quid fiat mox dicetur.

Reſpectus nudi exceſſus aut defectus duorum numerorum ad invicẽ parit quidem etiam rationem vel proportionem aliquam inæqualitatis, ſed illa non attenditur. Imò nec exceſſus ille peculiari aliquo præcepto opus habet, niſi in terminis ad minimũ tribus, ubi ſpeciebus Analogias annumeratur & vocatur Arithmetica ut jam dicetur. Eſt itaq; *Analogia ſeu proportionalitas* Proportionum ſimilitudo inter numeros plures duobus. Si numeri ponantur ordine continuo quem illis & Analogia & magnitudo aſſignat, vocatur progreſſio. eſtq; triplex Arithmetica, Geometrica & Harmonica

Arithmetica progreſſio eſt, quando inter numeros ordine poſitos, idem eſt exceſſus ſecundi ultra primum qui tertii ultra ſecundum, & ſic deinceps.

Geometrica progreſſio eſt, ubi eadem eſt ratio primi ad ſecundum quæ ſecundi ad tertium & ſic deinceps ut 1. 2. 4. 5. item 1. 3. 9. item 2. 6. 18. 54.

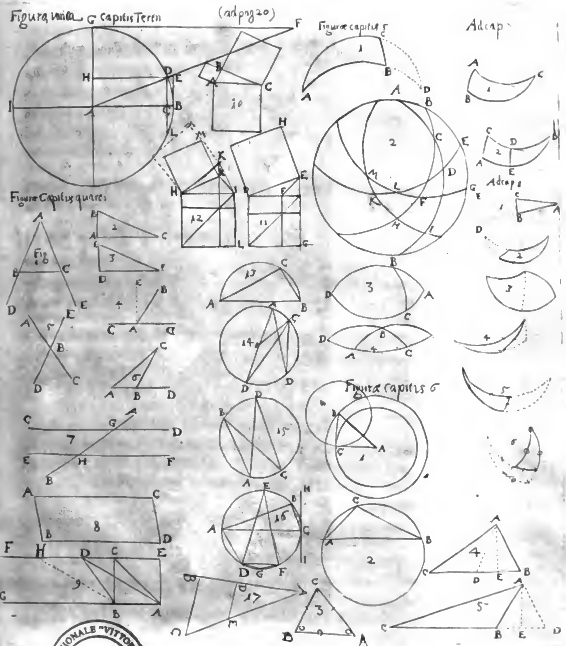
Porro *proportionalitas* Geometrica interdum eſt interrupta, ſeu ut nonnulli vocant *diſcontinua*, quando nimirũ eſt ut primus ad ſecundum, ita tertius ad quartum, non autem ita ſecundus ad tertium &c. ut 1. 2. 3. 6. Item 2. 3. 4. 6.

Harmonica Medietas eſt, quando inter tres numeros, quæ eſt ratio maximi ad minimum, eadem eſt differentiæ maximi â medio ad differentiam medii â mi-

$\frac{2}{1}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$

nimo. ut 3. 4. 6. Item 15. 12. 10. Item 20. 15. 12.

1 2 3 2 5 3



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III"
NAPOLI

Digitized by Google

[illegible]

y Google

Pro *Algorithmo* in his progreſſionibus teneantur ſequentia. Primò in progreſſione *Arithmeticâ* continuâ, Additio compendioſa omnium terminorum fit, ſi primus terminus addatur ultimo, ſumma per ſemiſſem numeri terminorum vel ſemiſſis ſummæ per numerũ terminorum multiplicetur. Si nec ſumma primi & ultimi, nec numerus terminorum in duo diviſibilis ſit, tum ſumma per numerum terminorum multiplicetur, productum per 2 dividantur.

Quia vero in hac operatione præſupponi videtur notitia & ſcriptio diſtincta omnium terminorũ, quod & moleſtum eſt in multis terminis & non ſemper datur, notentur pro illis caſibus ſequentes regulæ:

1. *S*i cognito numero & differentiâ terminorum cum primo ſaltem termino, ultimum, ſine expreſſa notitia terminorum ſcire velis, tunc numerum terminorum unitate mutilatum duc in differentiam terminorum, producto adde primum.

2. Primus terminus habetur, ſi ſublatâ unitate è numero terminorum, reliquum in differentiam ducatur, & productum ab ultimo termino tollatur.

3. Progreſſionis differentia prodit, ſi primus terminus ab ultimo tollatur, reliqum per numerum unitate minorem numero terminorum dividatur.

4. Numerus terminorum provenit, ſi ſublato termino primo ab ultimo, reliquum per differentiam dividatur, & quoto unitas addatur.

5. Datis duobus numeris. quibuſcunq; adjungetur tertius proportionalis in proportionalitate Arithmeticâ, ſi differentia utriusq; vel majori termino addatur vel â minore ſubtrahatur. Ita enim naſcetur tertius

priore quidem major, poſteriore vero minor in proportionalitate Arithmetica.

6. Medius inter duos Arithmeticè proportionalis cōſtituitur, ſi duo termini dati addantur, ſum̄a in duo æqualia dividatur. Hæc de Progreſſione Arithmeticâ.

In *Progreſſione Geometrica* Additio conpendioſa habetur, ſi primus terminus tollatur ab ultimo, tertius dividatur per numerum unitate minorem denominatore proportionis (v. g. in triplâ. per 2; in quatrupla per 3) & quoto addatur ultimus terminus.

Porrò tùm ad vitanda incommoda ſimilia iis de quibus modò circa progreſſionem Arithmeticam dictum eſt, tùm ob alios uſus non contemnendos expedit notari ſequentia problemata cum ſolutionum regulis.

1. Quomodo cognitâ ſpecie proportionis alicujus multiplicis ex binis ſaltem terminis, nō tantùm termini ordine generari, ſed & quivis extra ordinem â primo remotior compendiosè haberi poſſit? Hoc videlicet modo; multiplicato termino majore, tanquàm ſecundo, per denominatorem proportionis, naſcitur tertius, hujus multiplicaōe quartus & ſic deinceps. Si jam aliquem ex remotioribus habere voles, tùm continuetur hæc operatio ſaltem eò uſq;, donec numerus ordinem ultimò procreati deſignans (initio numerationis à ſecundo progreſſionis facto, numeratus) ad numerum ordinis alicujus prioris additus, efficiat numerum ordinis ejus quem requiris. Duobus enim ejuſmodi numeris in ſe invicem multiplicatis & producto diviſo per primum (ſi quidem is unitate major fuerit) proveniet numerus tanto intervallo â primo diſtans, quantum oſtendit ſumma numerorum ordinem oſtendentium.

dentium eorum in quos ſunt multiplicati. Ut in his progreſſionibus.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	3.	6.	12.	24.	48.	96.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	0.	1.	2.	3.	4.	5.

ſi quartum & quintum (in priore 16. & 32. in poſteriore 43 & 96) in ſe invicem multiplicaveris, & in poſteriore exemplo productum per tria diviſeris, naſcetur nonus in ordine, quia 4 & 5 efficiunt 9. Pulchra hæc proprietas occaſionem præbuit aureo illi invento Logarithmorum in trigonometricis, ubi poſitis ſuo ordine ſinubus & tangentibus, quemadmodum hîc ponuntur numeri proportionales ſuperiore loco ſcripti, adjuncti ſunt Logarithmi ut hic inferiores, qui additi invicem exhibent in tabulis numerum qui multiplicatione, ſubtracti vero eum qui diviſione inveniendus fuiſſet.

2. Secundum Problema continet Regulam, quã vulgò *Regulam Detri ſeu Trium*, itẽ proportionis vocant, quando de terminis proportionalitatis Geometricæ ſ. continuæ ſ. diſcõtinuæ unus deſideratur, quomodo ex tribus reſiduis inveniri poſſit? Ita videlicet; ſi primis tribus datis deſideretur quartus, tunc ſecundus ducatur in tertium, & productum dividatur per primum, quotiens erit quartus terminus. Si verò cæterorum aliquis deſideretur, tunc ordo invertatur.

v.g. ſi deſit	fiat			
tertius		ex 2do	ex Imo	ex 4to
ſecundus		ex 3tio	ex 4to	ſecũd. ex Imo
primus		ex ult.	ex 3tio	ex ſecundo
		prim.	ſecund.	tert.

operatione dicto modo peractâ proveniet numerus qui deſiderabatur.

Reli-

Reliqua ſcitu de hæc regulâ & potiſſimum uſu ejus neceſſaria ſequentur infra in parte ſpeciali.

Notatu dignæ ſunt & hæ Regulæ uſum præcipuè in Harmonicis præclarum inventuræ.

3. Inter duos datos terminos Medius in proportionatione Geometrica (ſiquidem numerorum conditio ita ferat) invenietur, ſi termini ducantur in ſe, ex producto verò educatur radix quadrata. Fieri autem hoc non poſſe exactè in proportione duplâ aut triplâ, item inſuper particularibus omnibus, demonſtratur alibi, & praxis docebit.

4 Datis duobus terminis cujuſcunq; proportionis (in multiplicibus quomodo fieri poſſit dictum eſt regulâ primâ) tertium in proportionalitate Geometricâ adjungere: Ducatur ſecundus in ſe, productum dividatur per primum, et prod bit sertius, fractionem ſanè frequenter adjunctam habens, nominatim inprimis ſuperparticularium, quod ſi diſplicet, reductio juxta regulam tertiam de fractionibus inſtitui & per denominatorem fractionis priores etiam duo multiplicari poterunt, & habebuntur termini tres propoſitæ proportionis.

[*plurium terminorum mediorum inquiſitio prolixior eſt inſtituto compendii. videatur Clavius proam. l. 5. Eucl. de proportional. Geom. prop. X.*

In *proportione Harmonica* Algorithmi loco erunt ſequentes Regulæ.

1. Tres termini in proportionalitate Harmonicâ conſtituentur, ſi trium in Arithmeticâ progreſſione, conſtitutorum primus ducatur in ſecundum & tertiū, & ſecundus in eundem tertium.

2. Inter

Digitized by Google

2. Inter duos terminos quoscunq; medius Harmonicè proportionalis invenietur, ſi quæratur medius in proportionalitate Arithmeticâ, aut ſumâ utriusq; extremi ſumatur pro medio, reliqua fiant ut prop. antecedente.

3. Datis duobus terminis Harmonicis, tertium in proportionalitate vel majorem (ſi fieri poteſt, quãdo autem fieri nequeat proceſſus docebit) vel minorem invenire. Major invenitur ſi numerus natus è multiplicatione duorum datorũ in ſe invicem, dividatur per numerũ qui relinquitur ſubtractâ amborũ differentiâ ex minore termino dato. Utroq; minorem autem invenies, ſi numerum è mutua datorum multiplicatione natum dividas per ſummam ex majore dato & amborum differentiâ collectam [*Hæc poſterior operatio in infinitum continuari poteſt Arithmeticè. verè Harmonicè autem, initio ab octavâ hoc eſt duplâ ratione facto non ultra ſex terminos minores (ut patebit in Harmonicis. verſus majores autem terminos ne Arithmeticè quidem.*

Cap. 5.

De Numeris Figuratis

Numeri Figurati ſunt, qui ſitu unitatum ex quibus conſtant Figuram aliquam Geometricam repræſentãt; ſuntq; duplices, Plani & Solidi. Planus numerus Euclidi dicitur, quem duo numeri ſeſe multiplicantes fecerunt, ſolidus quem tres. Planus juxta eundem duplex eſt, Quadratus qui ſub duobus æqualibus, alterâ parte longior vel generali nomine planus dicitur, qui ſub inæqualibus numeris continetur.

Alii Arithmetici nomẽ tùm planorum tùm ſolidorũ

 lati-

Digitized by Google

latius extendunt, nimirum ad omnes figuras Geometricas æqualium laterum. Et dicunt quadratos quidẽ, cubos & alios ſolidos ex his natos oriri ex progreſſione Geometrica (*cujus competens ord. habetur cap. ſ. p.*) reliquos ex Arithmeticâ, ut jam dicetur. Sunt & qui nomẽ alterâ parte longioris adſtringant tantum ad eos qui naſcuntur è multiplicatione mutua duorum numerorum ſola unitate differentium.

Porrò numeri ex quorum multiplicatione alius naſcitur, vocantur latera, ſi unicus ſit, ut in quadratis, aut principalis ſaltem ex progreſſione Arithmeticâ deſumtus (ut in reliquis) vocatur *Radix*. Hinc duplex operatio circa hos numeros, 1. Generatio ipſorum ex ſuis radicibus, (æquipollens additioni & multiplicationi vulgarium) 2 Extractio Radicum ex generatis, reſpondens ſubtractioni & diviſioni.

Generatio Planorum ita habet: Triangulares numeri fiunt ex ſummâ progreſſionis Arithmeticæ ab unitate incipientis (ad numerum uſq; quem latera habere debent tanquàm radicem extenſæ) quorum differentia eſt unitas. Ita numerus triangularis cujus radix 3, eſt 6, cujus radix 4, eſt 10, cujus radix 5 eſt 15. quadrati quomodo fiant, dictum eſt. Poſſunt autẽ etiam fieri ex ſummâ Progreſſionis Arithmeticæ ab Unitate incipientis, cujus differentia eſt binarius, ita quinquanguli ex ſumma &c. cujus differentia eſt ternarius, Hexagoni cujus quaternarius, Heptagoni, cujus quinarius, & ſic deinceps. Fit etiam Quadratus ex mutuâ multiplicatione duorum numerorum inæqualium quidem, ſed inter quos cadat medius proportionalis, quippe qui quadrati ita generati radix ſit. Hæc de generatione planorũ.

Sa-

Solidorum generatio habet ut ſequitur.

Cubus naſcitur cum tres æquales numeri in ſe ducuntur, vel cum idem numerus in ſe, poſtea in productum ducitur.

Parallelepipedum, vel numerus parallelepipedo reſpondens fit ex mutuâ multiplicatione duorum numerorum quorum alter eſt planus (cujuscunq; figuræ antedictæ) tanquam baſis, alter longitudinis. Pyramis ſi habeat triangularem baſin fit ex aggregato omnium triangulorum ex quibus conſtat, ſi quadratam ex ſumma quadratarum, ſi pentagonam ex Pentagonorum.

[*Ita tradunt puri Arithmetici, ſi talis figura Diſpoſitione unitatum in plano repræſentari debet. Corpori autem Pyramidali reſpondens figura quomodo computetur, dictũ eſt in Geometricis.*

Satis de generatione figuratorum ex ipſorum radicibus, ſequitur Extractio Radicum.

Porrò ut ſpecies numerorum nominatim ſolidorum de quibus hîc ſermo eſt ex una radice derivabiles infinitæ ſunt v. g. quadrati, cubi, biquadrati, ſuperſolidi &c. ut mox dicetur, ita formæ extractionis radicum illarum infinitæ. Nos in compendio contenti erimus duabus, quadratâ & cubicâ, præſertim cùm aliæ non ita facilè occurrant.

Habent autem omnes omninò extractiones duo communia, primum ſubſignationem punctorum, ubi initio facto ab ultimo verſus dextram, poſtea prætermiſſo proximè antecedente, unico in quadrato, binis in cubico, reliquis omnibus deinceps punctum ſubſignatur, quæ quot fuerint, tot figuras radix habebit. Alterũ

Digitized by Google

eſt mentalis inveſtigatio primæ figuræ radicis ſub primo puncto verſus ſiniſtram, quæ ita debet eſſe comparata ut in quadrato quadratè, in cubo cubicè multiplicata generet numerum vel æqualem vel proximè minorem ſupraſcripto, â quo etiam ſubtrahitur, ſupraſcripto reſiduo. Et hæc operatio non amplius repetitur. Sequens autem toties repetitur quoties puncta ſubſignata requirunt. Ubi ante omnia numerus modò inventus ponatur verſus dextram lineâ (rectâ aut ſemicirculari ut in diviſione fieri ſolet) ſeparatus, quod etiam cum ſequentibus fieri debet, quorũ inventio ita habet.

In Radice quadratâ prim⁹ numer⁹ dicto modo invẽt⁹ (h. l. 4.) & quicquid inſuper radicis deinceps inventum erit, duplicetur, productum ſcribatur proximo loco ante ſequens punctum; & quæratur numerus qui ductus in ſe & in duplum modo procreatum efficiat numerum vel æqualem vel proxime minorem ſupraſcripto; â quo iterum (ita ſubſcriptus ut initium fiat â puncto verſus dextram proximo) ſubtrahatur & ſic deinceps, donec omnia puncta hoc modo abſoluta ſint, & vel nihil prorſus (ut fit in numeris exactè quadratis) vel minus quam ut digitum radicis conſtituere poſſit (ut fit in ſurdis ſeu ineffabilibus *de quibus quid tali caſu agẽdum ſit mox dicetur*) ſuperſit. Ita numeri hujus 189225 radix quadrata eſt 435

Extractio radicis Cubicæ ita habet. Factâ ſubſignatione ut initio dictum & inventâ primâ figurâ radicis cubicæ itidẽ poſt lineâ ſcriptâ & numero cubico indefacto â numero primi pũcti verſ⁹ ſiniſtrã ſubtracto, tũc quicquid radicis jam eſt inventũ, ejus quadratũ tri-

pli-

Digitized by Google

plicetur (fient h. l. 12.) deinde ipſa etiam radix inventa triplicetur (fient 6) Hi duo numeri ſibi invicem addatur ita ut hîc vides

12
6
―――
126

numerus ita factus erit inſtar diviſoris, cujus ope ſecundus numerus radicis, & reliqui, ſi qui ſunt, inveſtigari debent, & quidem tales, ut modo qui jam ſequetur, ſinguli tractati ſummam conſtituant ſuperioribus vel æqualem vel in hoc genere proximè minorem. Proximus talium h. l. eſt 5. Is 1. ducatur in triplum quadrati prioris quotientis (2 hoc eſt in 12) fiet 60 2. ejusdem novi inventi (5) quadratus (25) ducatur in prioris quotientis (2) triplum (6) fiet 150, 3. idem novum inventum (5) ducatur in ſe ſe cubicè (fient 125) 4. tres hi numeri ſubſcribantur & addãtur ſibi invicem eo ordine quo producti ſunt; ita tamẽ, ut ſemper inferioris figura dextima ultra ſuperioris dextimam emineat. Summa (h. l. 7625.) ſubſcribenda numero propoſito ita ut ultima verſus dextram ſubjecta ſit puncto ejus numeri de cujus radice quæritur, & inde ſubtrahenda. Hac operatione repetitâ quoties opus eſt [hic adhuc ſemel, naſcente diviſore 18825 & ſubtrahendo æquali ei quia priore operatione relinquebatur, videlicet, 569277] habebitur radix cubica h. l. 253.

Si numerus pro extractione propoſitus *non* ſit *exactè quadratus vel cubicus* &c. tùm adjiciantur verſûs dextrã aliquot ſiphrarum binarii quidẽ quadrato ternarii verò cubico. Figuræ radicis ex operatione reſultanti ſubjiciatur linea, ipſi verò lineæ unitas & poſt unitatem tot ſiphræ ſimplices in quadrato, duplices in cubico nume-

ro quot antea earundem ſiphrarum vel ſingulas vel binas adjeciſti.

Atq; ita ſe habet extractio radicum in numeris vulgaribus. In *Fractis* extrahitur radix tùm ex denominatore tùm numeratore. In Logiſticâ *Decimali* operatio prorſus eadem eſt. Hoc tamen notandum, ſi numerus figurarum numeri alicujus quadrati aut cubici ſit impar, unicam adhuc ſiphram verſus dextram ei adjiciendam; notam verò valoris radicis inde extractæ in quadratis eſſe ſemiſſem, in cubicis ſubtriplam notæ ultimæ, ſive numerus ſit, ſive ſiphra ipſius numeri quadrati vel cubici.

In Logiſticâ *Sexagenariâ* ſi radix extrahenda ſit, (quod rarò contingit, præſertim in cubicâ) ſuadet Peletarius omnes terminos reduci ad denominationem valoris minimi [v.g. ſi educenda ſit ex numero habente minuta ſecunda, ex reliquis etiam omnibus minuta ſecunda fiant, & eductâ inde radice, modo prorſus eodem qui traditus eſt, rurſum revocari ad numeros logiſticos) Alii tamen tradunt modum omiſſa reductione ad eandem denominationem ſuperiori operationi Analogon, quo qui uti volet, is ſciat [1] puncta non ſingulis figuris, ſed ſpeciebus alternatim ſubjicienda. [2] ſi ſpecies ſint numeri imparis, adjiciendam verſus dextram pro unâ adhuc ſpecie ſiphram [3] quomodocunq; facta ſit operatio, numerum valoris radicis productæ eſſe in quadratis dimidium, in cubicis ſubtriplū characteris [ſeu numerus ſit ſeu ſiphra) verſus dextram ultimi.

Cap 6. De Numeris Coſſicis.

Quæ de *numeris Coſſicis* dicenda ſunt, intelligi vix ac ne

C.

Digitized by Google

Tabula Radicum & gradu
minationem

0	1	2	3	4	5	6	7	8
N	℞	q	c	qq	ß	qc	ßo	qqq
1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	2	4	8	16	32	64	128	256
1	3	9	27	81	243	729	2187	6561
1	4	16	64	256	1024	4096	16384	65536
1	5	25	125	625	3125	15625	78125	390625
1	6	36	216	1296	7776	46656	279936	1679616
1	7	49	343	2401	16807	117649	823543	5764801
1	8	64	512	4096	32768	262144	2097152	167772
1	9	81	729	6561	59049	531441	4782969	430467
1	10	100	1000	10000	100000	1000000	10000000	1000000

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Denominationes progreſſionis Coſſic
ctione in M

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N	r	q	c	qq	ß	qc	ßb	qqq	cc	qß	ßc	qqc	ßd	qßb	cß	qq

adium uſq; ad numerum radicum 10, & Deno-
cmqqc extenſa.

	9	10	11	12
	cc	qß	ßc	qqc
	1	1	1	1
	512	1024	2048	4096
	19683	59049	177147	531441
6	262144	1048576	4194304	16777216
25	1953125	9765625	48828125	244140625
616	10077696	60466176	362797056	2176782336
801	40353607	282475249	1977326743	13841287201
7216	134217728	1073741824	8589934592	68719476736
6721	387420489	3486784401	31381059609	282429536481
00000	1000000000	10000000000	100000000000	1000000000000

ſicæ ulterius extenſæ pro faciliori inſtru-
Multiplicatione.

16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
qqq	ßc	qcc	ßf	qqß	cßb	qßc	ßg	cqqq	ßß	qßd	ccc	qqßb	ßh	ßqc

BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

ne vix quidem poſſunt, ſine adjunctâ *tabulâ* ex quâ perſpicitur, naſci eos eorumq; numerationem ex Progreſſione Geometricâ. Primus terminus eſt numerus abſolutus, ſecundus vocatur radix omnium ſequentium, numerus tertius quiſq; â prioribus incluſive numeratus [id eſt præter tertium quintus, ſeptimus, nônus &c. vel juxta ſupremos numeros ubi numerus abſolutus habet notam ô, præter ſecundum quartus, ſextus octavus & ita in reliquis] eſt quadratus. Quintus & alii deinceps incluſive numerati [præter quintum nonus, decimus tertius &c.] eſt Biquadratus, & ſic deinceps.

Porrò in *numeratione Coſſicâ* attendendum eſt ad numerorum ſpecies, eorûq; ſigna. In ſpecies dividuntur numeri Coſſici ſequentibus modis. Sunt enim vel abſoluti vel denominati, vel rationales vel irrationales [aut rectius forte cum Kepplero effabiles vel ineffabiles, quia rationale quod vocant, Euclidi non eſt λογικὸν ſed ῥητὸν, licet ineffabile ἄλογον dicat, compoſitum â voce λόγος quod hoc loco non rationem ſed ſermonem ſignificat] denominati numeri ſunt vel radices [ſeu radecales] vel figurati. Hi vel quadrati vel cubi, vel ſurdi ſolidi & qui ex his componuntur, omnes ſcilicet in tabulâ, præter primum, ſeu abſolutum & radicem. Deinde numeri Coſſici vel ſunt ſimplices vel compoſiti, & hi vel copulati vel disjuncti. Abſoluti numeri ſunt numeri communi valore accipiendi, & vel omni charactere & ſigno carent, vel notantur literâ N, tanquàm nudi ſcilicet.

Radices ſunt numeri ex quorum multiplicatione figurati componuntur, vocantur etiam latera. Signû eorum eſt aliquod horum trium R. r. L. [Radix vel La-

Latus] Numeri figurati ſunt qui ex multiplicatione radicum componuntur. Nam quando radix in ſeipsã multiplicatur, provenit quadratus [ſeu Zenſus voce Arabicâ uti ajunt ita dictus] ſi ducatur in quadratorum, naſcitur cubus, ſi in cubum aut quadratus in ſeipſum, quadrati quadratus, ſi in hunc, ſurde ſolidus, ſi in ſurde ſolidum, vel cubus in ſeipſum quadrato cubus, quando in quadrato cubum biſſurde ſolidus &c. Quadratum ſignum eſt q. vel z. cubi ſignum eſt, c. ſurde ſolidi ſignum ſs, biſſurde ſolidi Bſs vel ſsb &c, ut in tabulâ videre eſt.

Numeri rationales, ſeu rectius effabiles, Euclidi ῥηταὶ] ſunt, quorum valor numeris poteſt exprimi, tales ſuppeditantur in tabulâ propoſitâ & qui ad ſimilem modum facti ſunt. Irrationales ſeu (ineffabiles ut dictũ) Euclidi ἄλογοι quorum valor non poteſt exprimi. ut ſi dicam, r.q. 20. id eſt radix quadrata de 20. cum tamen numerus 20 quadratus non ſit [*Reprehendit quidem Clavius comment in l. 10. Euclidis Arithmeticos quod tales numeros ad irrationales referant. Sed fortaſſis diſtinguendum inter lineas & nũeros ſeu inter numeros lineas ſignificãtes aut abſtractos illi enim mediante Geometriâ qua quadratũ ſuper lineã in tot partes diviſibilem extruitur cum quadrato rationali commenſurari poſſunt, quod in numeris qua talibus hoc Arithmeticê fieri non poteſt. Omino ergò tales quoq; numeri, ſaltem latè loquendo ἄλογοι ſunt.*

Numeri Coſſici compoſiti ſunt qui ſigno compoſitionis connectuntur, quod duplex eſt, vel copulationis + vel - [id eſt plus] vel disjunctionis - [id eſt minus] Illi aucti, hi diminuti vocantur v.g. 4qc + 3 ſs id eſt, quatuor quadrato cubi, plus [ſeu inſuper] tres ſurde ſolidi.

Item

Item 7 q c - 6 ß. id eſt ſeptem quadrato cubi minus ſex ſurdeſolidis. In numeris ſurdis ſeu in effabilibus copulatis exemplum eſt, aucti quidem rq. 8. + r c 12. Radix quadrata de octo, plus, ſeu inſuper radix cubica de duodecim. Diminuti r c 12 - rq. 8. radix cubica de duodecim minus quadrata radice de octo. Tantum de numeratione Coſſica; ſequitur Algorithmus reliquarum ſpecierum, qui eſt vel ſimplicium vel compoſitorum. *Additio & ſubtractio* ſimplicium interdum prorſus eadem eſt cum vulgari, interdum autem (quando ſcilicet illa locum non habet) fit, non aggregatione numeri ad numerum, ut numerus major fiat, nec detractione ut minor, ſed per copulationem numerorum. Ut, ſi addenda ſint 3 q. ad 2 ß. ſumma ita ſcribitur 2 ß + 3 q. ſi ſubtrahenda ab illis, 7 ß - 3. q. *Compoſitorum additio & ſubtractio* ut & multiplicatio hæc habet:

Primò in omnibus trib⁹ operationib⁹ initiũ fit â ſiniſtris, ut in exemplo infra poſito, primò adduntur 4 & 7 non 20 & 16, ut in additione vulgari.

In ſpecie verò in ſubtractione etiam diverſi quid eſt, ſi addendi vel ſubtrahendi ſint diverſæ ſpeciei, aut imperetur ſubtractio majoris â minore, quibus caſibus teneantur hæ regulæ:

1. In ſubtractione, quando numeri præpoſterè ponuntur, hoc eſt ſuperior â quo ſubtractio fieri debebat, minor eſt inferiore, tunc ſubtrahitur ſuperior ab inferiore & ſignorum ſpecies permutantur, ut ex ſigno conjunctionis + fiat ſignum disjunctionis & contra.

2. Diverſa ſigna duorum numerorum addendorum vel ab invicem ſubtrahendorum mutant ſpeciem operationis, ut ſcilicet loco Additionis adhibeatur ſub-

 tractio

ſtractio, loco ſubtractionis additio, & in producto retineatur ſignum majoris numeri ſi numeri abſolutè loquendo addendi fuerant, minoris, ſi ſubtrahendi.

Exemplum Additionis

4qc + 3ß + 8c + 10q - 12r - 20
7qc - 6ß - 4c + 12q - 7r + 16

11qc - 3ß + 4c + 22q - 19r - 4

Exemplum Subtractionis

8qc - 2ß + 2c + 4q - 10r - 12 + 0
3qc + 5ß + 9c - 6q - 15r + 7 + 6

5q - 7ß - 6c + 10q + 5r - 19 - 6r

In Multiplicatione & Diviſione ſimpliciũ coſſicorum in numeris, nihil eſt peculiare præ vulgaribus & abſolutis. De ſpecie tantùm emergente notetur ſignum producti coſſicum (q vel c &c. aut numeri in fronte tabulæ poſiti) naſci in multiplicatione quidé ex additione numerorum characteriſticorum, qui ſeſe invicem multiplicaverant, in Diviſione verò ex ſubtractione numeri characteriſtici diviſoris â numero characteriſtico dividendi.

In multiplicatione Coſſicorum compoſitorum itidem nihil peculiare eſt præ vulgari quoad operationé ipſam. Præter autem dicta de ſpecie emergente, & de ordine operationis â ſiniſtris inchoando, de ſignis copulationis notandum: ſi illa diverſa ſint in multiplicandis, tunc in producto ſemper eſſe - , ſin eadem, ſemper +.

Exemplum Multiplicationis.

6qq

6qq - 5c + 4q + 10r - 20 Multiplicandus
10q + 8r - 12

60qc - 50ß + 40qq + 100c - 200q
+ 48ß - 40qq + 32 c + 80q - 160r
- 72qq + 60 c - 48q - 120r + 240

60qq - 2ß - 72qq + 192c - 168 — 280r + 240

Diviſio fit nude interjectâ lineâ inter dividendum tanquam numeratorem & Diviſorem tanquam Denominatorem alicujus fractionis.

De radicum extractione in Coſſicis, ſi ſimplices ſint, etiam nihil peculiare eſt præ abſolutis, quoad operationem, imò nec quoad ſpeciem emergentem, quia character numeri ipſius quadrati vel cubi ex quo radix extrahitur oſtendit quæ radix requiratur. De compoſitis autem notetur, quòd in exemplis uſum aliquem habentibus ſemper occurrant tres numeri, & quidem tales, quorum exponentes (in fronte tabulæ ſcripti) ſervent proportionem Geometricam. Ubi is cujus exponens medius eſt, vocatur numerus radicum ſive (quod plerumque fit) charactere radicis, ſive alio affectus ſit. His itaq; poſitis quando radix extrahenda eſt, tunc per numerum maximo charactere affectum dividantur reliqui duo (ſiquidem numerus maximi characteris numerus fuit, non unitas; ſi verò unitas fuit manent uti ſunt, quia unitas non multiplicat, neq; dividit) deinde ad quadratum ſemiſſis numeri radicum poſt diviſionem conſtituti abſolutus addatur, ſi quidem abſolutus Coſſicum ſequatur, cum ſigno plus, contra vero ſubtrahantur. Tandem ex hoc aggregato vel relicto extraha-

trahatur radix quadrata, cui addatur ſemiſſis numeri radicum, ſi ipſe numerus radicum ſigno plus affectus fuerit, ſi vero ſigno minus affectus fuerit, tunc vel addi poteſt itidem, vel ſubtrahi minus à majori (prout ſcilicet exemplum requirit) & naſcetur radix & numerus is qui quæritur. *tantum de parte generali. ſequitur:*

Pars Specialis

Pars ſpecialis Arithmeticæ eſt quæ docet applicationem numerationis ad ſingulas rerum ſpecies peculiari calculo opus habentes, quibus certas regulas præſcribit. [*In hac parte brevior ero, tùm quia de tradendis in ea ſatis copiosè agitur partim in iis Matheſeos partibus ad quas applicandi ſunt, ut in tabulis Aſtronomicis, Trigonometricis &c. partim in libellis Arithmeticis vulgaribus, ut nihil ferè reſtet nobis, niſi oſtenſio, quomodo illa fluant ex generalibus hactenus traditis.*

Partis ſpecialis.

Cap. I.

De Regula trium & peculiari ejus compendio quod Practicam Italicam vocant.

Regulæ trium mentio facta jam eſt capite quarto partis generalis, cum explicatione, pro compendio uti putamus ſuffectura. Duo tamen hoc loco monendi ſunt tirones Matheſeos.

1. Scriptores rerum Mathematicarum accuratiores in uſu regulæ proportionis non ſemper ita illum exponere, ut dicant; hunc numerum per illum multiplicandum vel dividendum eſſe: ſed tantùm ita loqui ſolere: ſicut ſe habet numerus ad hunc; ita alius ad alium, ſeu

ſeu eum qui quæritur. Hoc perinde eſt, ac ſi dicerent, poſteriores duos (ex iis quos nominârunt præter eum qui quæritur) in ſe invicẽ multiplicandos, productũ per primũ dividendũ eſſe & provẽturũ numerũ qui quęritur.

2. Deinde non ſunt prorſus diſſimulanda compendia quæ *Practica Italica*, ut vocatur, Regulæ proportionum ſuppeditat. quæ etſi magna ex parte ſagacitati Logiſtæ naturam fractionum & proportionum probè intelligentis committenda, aut facilius exemplis (quorum mole libellum hunc non onerare conſtituimus) quàm præceptis traduntur: tria tamen inſigniora tradenda viſa ſunt.

Primum eſt *Diſperſio* vel integrorum vel fractionũ ſive ſolarum, ſive integris adhærentium. Diſperſio in integris eſt integri alicujus numeri in plures minores, ſive æquales ſive proportionales diſtributio. quorum poſtea uno multiplicato vel diviſo facilè intelligatur quid ex toto proveniat. Ut ſi numerus 25 per alium multiplicandus ſit 3 multiplicari poteſt quinarius, qui quoniam quinta illius pars eſt itaq; productũ vel quinquies ſibi ipſi additum vel iterum per 5 multiplicatum veram ſummam exhibebit. Sic idem numerus dividendus per binarium; dividatur quinarius, qui dabit $2\frac{1}{2}$ quintam partem quotientis. Ergò bis quinq; hoc eſt decem integra & quinq; ſemiſſes hoc eſt duo integra cum dimidio conſtituent quotientem.

Diſperſio fractorum eſt, quando fractiones vel plures ſibi invicem vel integris adhærentes, operoſo aliàs calculo ad unam denominationem redigendæ, ſigillatim multiplicantur vel dividuntur, collectâ ſummâ. Ut

ſi 4 floreni ſeu aurei, 7 crucigeri, 2 nummi dividendi ſint in tres partes (ubi vulgari modo floreni ad crucigeros, crucigeri ad nummos redigendi, & poſt operationem numi ad crucigeros, & hi ad florenos reducendi florent) Hîc divido primum 4 florenos, provenit unus florenus cum $\frac{11}{3}$ id eſt 20. cruc. divido 7 crucigeros, proveniunt 2 crucigeri cum $\frac{1}{3}$ id eſt 1 numus cum $\frac{1}{3}$ nummi, duo numi per tria diviſi efficiunt duas tertias unius nummi. Colligantur producta particularia, & naſcetur totum productum 1 flor. 22: cruc. 2. numi. Hæc de diſperſione. Secundum compendium eſt *reductio numerorum compoſitorum ad primos*; idq; tunc commodiſſimè, ſi in regula proportionis proportio primi ad ſecundum vel tertium expreſſa ſit numeris compoſitis. v. g. primus numerus ſit 15, ſecundus vel tertius 30, quorum proportio eſt $\frac{1}{2}$. Idem ergo proveniet in regulâ proportionum, ſi loco 15 ponatur unitas, & loco 30 binarius. Ita & multiplicationem faciliùs abſolves, & diviſione prorſus ſuperſedebis. Item, ſit primus numerus 30, ſecundus vel tertius 45. Quia hi numeri eandem habent rationem quæ eſt 2 ad 3, idem proveniet ſi numeri hi minores in illorum locum ſubſtituantur.

Tertium compendium eſt mutatio ſpeciei calculi prolixioris in breviorem v. g. multiplicationis in Diviſionem aut hujus in illam. quam breviter intelliges ex hoc exemplo, ſi dicam: 3 libræ conſtant quatuor florenis 7 crucig. & 2. num, quanti conſtabunt libræ 4?

Hic

Hic juxta modum vulgarem 4 flor. cum 7 crucig. & 2 numis, multiplicandi forent per 4, productum per 3 dividendum, quod ſive vulgariter, ſive etiam mediante ſola Diſperſione fieret, tamen adhuc prolixum foret. Quia aut em ex collatione primi & tertii numeri video, productum tertiâ parte majus futurum numero ſecundo, itaq; huic in tria diviſo tertiam partem adjicio. Si quaternarius fuiſſet primo loco, ternarius tertio, tunc ſecundo per quatuor diviſo, quartam partem ad emiſſem [*Atq; hæc de Practica etiam Italica ſufficiant.*

Cap. 2. De Regulis vulgaribus.

In his vel maximè brevitati ſtudebo tum quia ſatis prolixè tractâtur in omnibus ferè libellis Arithmeticis vulgaribus, & pleraq; in reliquis Matheſeos partibus uſū non ita frequentem ut alia hactenus tradita inveniunt, tùm verò quia ſi rectè attendas, nihil ſunt aliud, quàm ipſa Regula proportionis ad diverſos caſus & materias applicata. Sunt autem ſequentes. 1 Regula trium Converſa. 2 Duplicata ſeu quinq; 3 ſocietatis. 4 lucri aut detrimenti. 5 Per mutationis mercium Stich. 6 Permutationis pecuniæ, ſeu ut vocant Cambii. 7. Alligationis, in mixtione variarum materiarum. 8 Falſi.

Regula trium comverſa eſt, ubi quanto major eſt ratio primi ad ſecundum, tanto minor tertii ad quartum qui quęritur, aut quanto illa minor, tanto hęc major. Quæ ratio quia inverſa eſt, itaq; requiritur vel reductio ad directam, vel inverſa operandi ratio. Secundo vel tertio (eo ſcilicet qui idem nomen habet cum primo) repoſito in locum primi, & hoc in locum illius, fiat operatio ut in directa & habebitur productū.

In

In Regulâ Duplicatâ ſeu quinq; bini numeri proportionales antecedentis ejusdem nominis, reſpondent ſingulis conſequentibus, aut vice verſa. Dantur ergò numeri Quinq: ex quibus ſextus eſt eliciendus (*ut cum dico: Duorum centenariorum vectura per tria milliaria conſtitit Joachimico quanti conſtabit 12 centenariorum per 20 milliaria?*) Hîc attendendum, ſitne utrobiq; eadem proportionalitas, an forte altera directa, altera converſa. In illa termini gemini, qui ſunt ejusdem, in hac qui ſunt diverſæ denominationis prius in ſe invicem multiplicentur, peractâ deinde operatione per numeros ita poſitos juxta regulam proportionis, proveniet numerus quæſitus.

In regulâ ſocietatis ſicut ſe habet ſumma Symbolarum ad lucrum univerſum, ita collatio ſingulorũ ad lucra ſingula ſingulis debita. Si fuerit diverſa intercapedo temporis, tunc, ut in dupla, cujuslibet intercapedo cum ſumma pecuniæ quam contulit prius multiplicetur.

In Regula lucri aut damni nihil aliud requiritur, niſi ut pretia emptionis (quo pertinent etiam ſumptus vecturæ & ſimiles) & venditionis conferantur. Exceſſus hujus ſupra illud, lucrum, illius ſupra hoc, damnum reputetur.

In Regula permutationis mercium ſicut ſe habet precium mercis dantis ad precium mercis cõtra dantis, ita ſumma mercis datæ (ſive in ulnis, amphoris, medimnis computatæ) ad ſummam mercis contra datæ [*communiter in hoc negocio non opus videtur Regula proporti-*

onum

onum & quidem peculiari. Quippe ubi uterq; contrahentium mercem ſuam pecuniâ æſtimat cujus ſummæ collatæ ſola ſubtractione facile oſtendunt quantum alter alteri debeat vel nõ debeat.

InCambio ſicut ſe habent ſinguli numi alicujus monetæ ad ſummam alterius monetæ certæ ſpeciei v.g. ſinguli Joachimici ad 90 crucigeros aut flor $1\frac{1}{2}$ ita certa numorum ſumma ad ſummam hujus. Si alterutra pars aliquid inſuper expendit, aut conventum eſt de certo aliquo permutationis præmio, vom auffwechſel illud addendum eſſe pecuniæ ejus qui vel ſummtum impẽdit, vel præmium illud accipere debet, per ſe patet.

In Regulâ Alligationis, ſicut ſe habet ſumma differentiarum, quibus differunt pretia rerum ſingularum miſcendarum. v. g. vini diverſi valoris aut metallorum, item aromatum diverſæ ſpeciei â medio, hoc eſt pretio rei mixtæ in certâ menſurâ. v. g. canthari vini, item aurei, ad ſummam rerum mixtarum (v.g. cantharorum aut ampharorum vini, Joachimicorum &c.) ita differentiæ ſingulæ ad precia rerum ſingularum in eadem menſurâ cõputatarum; v. g. ſi mixti unitas (una menſura nus numus) debet valere 10, miſcibilium alterum valet 12, aliud 7 &c. Differentia illius ultra medium eſt 2 hujus 3, ſumma 5. mixtorum autem (numorum vel menſurarum) numerus ſit 60. dic.

Ut ſumma differentiarum (5)	ad 60	Ita differentiæ ſingulorum	2 / 3.	Ad numerum miſcibilium & contra	24 / 36

Regula Falſi eſt quæ docet ex numero Falſo ſeu Hypotheticè aſſumto pervenire ad verum & tandem ad ſcopum quæſtionis.

Interdum unius tantum ejuſmodi numeri aſſumtione opus eſt. Tunc ut productum Hypotheſeos ad ipſam Hypotheſin, ita ſcopus propoſitus ad ſcopum verum. Si vero duo numeri Hypothetici aſſumendi fuerint, tunc ex illis numeris & erroribus alii eliciuntur, ſuppoſitis ſcilicet ſibi invicem duobus numeris Hypotheticis, & è regione erroribus â ſcopo ex utroq; natis, & factâ decuſſatim multiplicatione eliciuntur numeri, qui docendi cauſa dici poſſunt Hypotheſes correctæ. Hoc facto ita dico.

Ut	Differentiæ errorum ejusdem generis / Summæ errorum diverſi generis	ad	Differentiam Hypotheſeon correctarum / Summam Hypotheſeon correctarum	Ita Unitas ad verum numerum per quem ad ſcopum pervenitur

Breviter : differentia vel ſumma Hypotheſeon correctarum per differentiam aut ſummã errorum dividenda eſt.

Exempla unius poſitionis per ſe patent. duarum poſitionum, unum adjiciemus, & quidem celebre illud è *Vitruvio qui l.9.c.8.narrat Archimedẽ* furtũ aurifabri *in corona Hieronis* cõmiſſum im̃iſſione coronæ iteq; maſſæ auri ejusdem ponderis in ſitulam aquæ plenã deprehendiſſe. Ponamus coronam fuiſſe librarum 7. reſpondere autem uni libræ auri, vaſi aqua repleto impoſitæ ſitulas (certæ magnitudinis, quàm indefinitam relinquimus) aquæ effluentis 12, argenti 16 (adeoq; proportionem molis auri ad molem argenti ejusdem ponderis eſſe ut 12 ad 16) Ergo corona ſi tota fuiſſet aurea, de diffe-

ſi

Digitized by Google

ſitulas 84. Quantùm auri Hiero Archimedi dederit, Vitruvius non commemorat, nos fingemus dediſſe 90, quæritur quantum argenti (metalli poſt aurum optimi ne nimis rigidè agatur cùm aurifabro, qui forte cuprũ aut ſimile quid admiſcere poterat) pro auro ad mixtũ fuerit? pono per Regulam Falſi unam libram ad mixtam fuiſſe reliqua aurum fuiſſe. Jam una libra argenti feciſſet effluere ſitulas 6; auri libræ reliquæ 6 effluere feciſſent ſitulas aquæ ſexies duodecim, id eſt 72, adeoq; in Univerſum 88 debebant autem eſſe 90. Differentia ſeu error eſt 2 & quidem defectus. Pro ſecundâ Hypotheſi pono duas libras argenti, quæ effeciſſent ſitulas 32. reliquæ quinq libræ auri effeciſſent 60, adeoq; in univerſum 92, & quidem exceſſus. Factâ multiplicatione per crucem Hypotheſeon & Errorum, fiunt 2 & 4, quorum ſumma (quia errores ſunt diverſi generis, alter defectus alter exceſſus, aliàs differentia poneretur) eſt 6, ſumma errorum 4, per quæ divido 6, provenit portio argenti auri loco admixta $1\frac{1}{2}$. Quod ita ſe habere, probo hoc modo: $1\frac{1}{2}$ libræ argenti efficiunt ſitulas 24, reliquæ $5\frac{1}{2}$ libræ auri efficiunt 46, ſumma eſt 90 quę quærebatur.

Hypoth Error
1 — 2
—\/—) Summa 4
2 + 2 Ut
——— 4 ad 6 ita 1. — ad. $1\frac{1}{2}$
4 ‿ 2
Summa 6

Cap. 3. partis ſpecialis.

De Regula Algebræ ſeu Coſſa.

Regula hæc quam ab excellentia *Algebram*, â computando (*κατ᾽ ἐξοχὴν* ſcilicet) *Coſſam* Arabicis nominibus (ab Hebræa cui גבר idem quod prævaluit, & כסס computâre ſignificat) dixerunt, quoad Generalia cum Regula Falſi convenit, æquè ſcilicet docens è numero Hypotheticè aſſumto verum elicere. Quemadmodum verò ita ſubtilis eſt, ut non ſine cauſa dubitare liceat, uſus ne in reliquis Matheſeos partibus ſubtilitatem & oſtentationem ingenii aſſequatur; ita variis & penè contrariis modis artifices ingenii laudem ſectari in ea viſi ſunt. Superioris ſeculi artifices ſcitè tractaſſe hanc artem videri voluerunt, ſi multas regulas traderent. Hinc *communiter quatuor* vel *ſex* ſtatuerunt quas Cardanus ad. 70, uſq; auxit. Hodierni verò omnes illas regulas *unicâ* comprehenderunt, quorum inſtitutum, utut rectius an ſecus habeat diſputare hîc nolimus, quia tamen inſtituto noſtro accommodatius eſt, in hoc compendio, perſequentes, Regulam illam breviter primo trademus, deinde uno atq; altero exemplo illuſtrabimus.

Regula ipſa *tres* habet *partes*, primò inventionem æquationis, deinde æquationem ipſam, tertiò reſolutionem.

Primo itaq; pro numero qui quæritur *pōatur aliquis tăquam notus*, plerumq; 1 ℞. (ſi autem ſumas numerum verum mĕmineris productum ex reſolutione ortum per hunc aſſumtum multiplicandum eſſĕ) Sciendum & hoc; quædam exempla ita eſſe comparata ut duo vel plu-

plures numeri aſſumendi ſint, quorum primus habeat charactérem A, ſecundus B & ſic deinceps) cum hoc procedatur juxta exempli tenorem, donec perveniatur *ad æquationem*, hoc eſt talem numerum (plerumq; coſſicum) qui æquipollere perhibeatur in veniendo. Secundò, numerus ita inventus *reducatur* ad æqualitatẽ, tali cum ſcopo collatione & operatione, ut ſubinde & invento & quæſito tantundẽ vel addatur vel ſubtrahatur, donec duo reſtent numeri, quorum alter abſolutus vel duo in univerſum Coſſici & unus abſolutus. Et hæc eſt *æquatio*. Tandem fit *reſolutio* conſiſtens vel in diviſione coſſici in abſolutum, vel in extractione radicis ejus, quem character requirit.

Exemplum primum: Numerum invenire, quo diviſo in 5, ejus quod provenit decuplum componat 15. Pono talem numerum eſſe 1 ℞. hujus decuplum eſt *2* ℞ (Nam $\frac{10}{5}$ ſunt duo integra) cui *æquantur* quindecim, nec opus eſt reductione æquationis. Pro *reſolutione* ergo divide 15 per 2, provenit $7\frac{1}{2}$ numerus qui quærebatur, quippe quo diviſo in 5, provenit $1\frac{1}{2}$ cujus decuplum efficit 15.

Secundum exemplum: Numerum invenire qui ductus in ſe, producto junctis *6* efficiat 42. Pono talem numerum eſſe 1r. duc in ſe, fit 1q. Adde *6*, fit, 1q + *6* huic æquari debent 42, atq; ita ad *æquationem* perventũ eſt. Pro cujus *reductione*, utriq;, tam coſſico quam ſimplici 42, auffero *6*, reſtant 1q. & 3*6* dividenda per quadratum. Sed numerum per quadratum dividere, eſt *radicem quadratam extrahere*, quæ erit *6*, numerus quæſitus,

tus, quippe qui ductus in ſe efficit 36 & ſenario addito, 42 quod erat propoſitum.

Tertium exemplum: Numerum invenire, à cujus cubo detractis ſeptem, reſiduum ſit 57. Pone talem numerum eſſe 1r. hujus cubus eſt 1c, auffer 7, reſtat 1c — 7 Cui *aquari* debent 57. Æquationis *reductio* fiet, ſi utriq; reddideris 7, & proveniet 1c & 64. per cubum dividenda, quod fit *extracta* inde *radice cubica* quæ eſt 4, numerus quæſitus; à cubo enim ejus 64, de tractis 7, reſtant 57 quod quærebatur.

Exempla ſimplicia & facilia dátâ operâ electa adduxi tanquàm in compendio. Subtiliora ſuo tempore pro captu & voluntate auditorum ſi vixero & valuero, non neglecturus.

F I N I S.

Digitized by Google

DIRECTORII MATHEMATICI
Libellus ſecundus
in quo
continetur.

GEOMETRIA
PRACTICA

Breviter comprehendens
Theoremata & Problemata pleraq;
omnia quæ in parte Matheſeos
ſpeciali uſum habent.

Authore

M. ABDIA TREVV
MATH. ET PHIS. IN UNIVERSI-
TATE ALTDORFFINA
PROF. PUBL.

ALTDORPHI
Typis GEORGI HAGEN Univerſitatis
Typographi.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Figuræ capitis primi

(ad pag. 1)



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

Digitized by Google

GEOMETRIA PRACTICA AD TOTAM MATHESIN ACCOMMODATA.

CAPUT I.

De potioribus definitionibus ad Geometriam ſpectantibus.

QUantitatum continuarum, quas Geometria tractat, principium eſt punctum, cujus (definiente Euclide) eſt pars nulla. Partes ſeu ſpecies, linea, ſuperficies & corpus. Omnia hæc vel regularia ſunt, vel irregularia. Regulares quantitates ſolæ per ſe ſunt tractationis Mathematicæ. Irregulares non niſi eatenus, quatenus ad regulares reducuntur.

Lineæ regulares ſunt vel rectæ vel circulares [*vide figuras hujus capitis*. Linea recta eſt, quæ ex æquo interjacet ſua puncta. ut A B. Circularis, quæ circa centrum (E) circuli, æquali diſtantia ducitur & vocatur Peripheria ut C D, & F. Superficies eſt vel plana, quæ nimirum ex rectis, vel ſphærica, quæ ex circularibus lineis conſtat. Et hæc vel convexa ſeu exterior, vel concava ſeu interior. Superficies quatenus certis terminis deſcribitur, vocatur figura. Termini illius ſunt lineæ. Ex

quibus circularis unica ſufficit pro determinandâ figurâ, quæ dicitur Circulus; & ita definitur ab Euclide, quod ſit figura plana, unicâ circumductâ lineâ comprehenſa, in cujus medio eſt punctum quod centrum dicitur, à quo omnes rectæ ad circumferentiam ſunt ejusdem longitudinis. Rectæ autem lineæ ad figuram integram deſcribendam requiruntur ad minimum tres. Et talis figura vocatur trilatera, item, triangulum. Idq; vel æquilaterum & æquangulum ut G vel æquicrurum, ut H & I, vel Scalenum ut K & L, vel rectangulum ut iterum L, vel obliquangulum ut reliqua, Acutangulum, G, H, obtuſangulum I, K. Ex quatuor lineis conſtans Figura vocatur quadrilatera. Et hujus anguli, ſi recti ſint, & omnia quatuor latera æqualia, vocatur quadratum ut M. Si latera inæqualia, vocatur alterâ parte longius ut N, (ſcilicet quadrilaterum) ſi laterâ quidem æqualia, anguli verò inæquales, vocatur Rhōbus ut O. Si & anguli & latera inæqualia, ita tamen ut bina ſibi invicem oppoſita æqualia ſint, Rhomboides ut P. Reliquæ quadrilateræ figuræ vocantur Trapezia Q, R, S. Ut autem hæ figuræ ex lineis conſtituantur requiritur, certus linearum ſitus, ratione cujus ſunt vel indirectum jacentes vel ad invicé inclinatæ vel parallelę. Indirectum jacentes ſunt quæ productæ donec coincidant unam efficiunt lineam. Inclinatæ ſunt quæ productæ tandem in angulum coëunt duabus illis lineis comprehenſum. parallelæ ſunt, quæ in infinitum productæ nunquam concurrunt. Et quadrilateræ figuræ ex his conſtitutæ, omnes exceptis Trapeziis vocantur generali nomine parallelogramma. Ex pluribus lateribus conſtitutæ figuræ generali nomine multilate-

ræ

ræ vocantur, omnes tamen, quando menſurari vel deſcribi debent, ad aliquam dictarum, potiſſimùm ad Triangula revocantur, tanquam figuram regulariſſimam & ſimpliciſſimam. Vocantur tamen præter Triangula regulares illæ etiam figuræ, quæ æquilateræ ſunt, & incirculo demonſtrativè inſcribi poſſunt, cujuſmodi accuratè loquendo tantùm quinq; ſunt, videlicet triangulum, quadratum, quinquangulum, ſexangulum & quindecangulum, & quæ ex his per duplicationem oriuntur, vide infrà probl. 16. Architecturam tamen militarem tractantes omnes figuras æqualium laterum circulo quoquo modo (ſive demonſtrativè, ſive mechanicè tantùm) inſcriptibiles, ut ſeptangulum &c. regulares vocant. Quia cum lineæ & Anguli homologi ponantur inter ſe æquales, juxta eandẽ regulam menſurantur & tractantur. Corpora regularia accuratè loquendo etiam tantùm quinq; ſunt, videlicet Tetraëdron ſeu Pyramis, Hexaëdron ſeu Cubus, Octaëdron, Dodecaëdron & Icoſaëdron. Latè tamen loquendo inter regularia corpora referuntur etiã Cylindrus, T. priſma, V. & conus, X cum ſuis Sectionibus, quæ vocãtur Ellipſis Y Parabola Z, Hyberbole, a quamvis hæ ſectiones non uſq; quaq; regulares ſint, aut regulariter tractari videantur poſſe quem ad modum & cochleæ *b c &c.* Corpora excorporibus regularibus oriuntur, vel per auctionem, quando pyramides baſibus imponuntur, cujuſmodi figuræ ſtellæ vocantur, vel per abſciſſionem angulorum, quæ figuræ mutilatæ dicuntur [*quæ & alia quadã hic nondum delineata infra ubi de modo deſcriptionis & calculo agetur delineata exhibebuntur.*

CAPUT. II.

Continens problemata Geometrica quotidiè præ reliquis occurrentia.

PROBLEMA I.

Super datâ rectâ lineâ A B triangulum æquilaterum conſtituere. Acceptis duabus extremitatibus A & B pro centris, & ipsâ lineâ A B pro intervallo, deſcribantur duo circuli ſecantes ſeſe in C. Et ad punctum interſectionis C ducantur Rectæ A C, B C & conſtitutum erit triangulum æquilaterum A B C.

Demonſtratio, cujus allegatione, tùm in hac tùm ſeqq propoſitionibus contenti eſſe cogimur (niſi integra Euclidis aliorũq; Mathematicorum volumina huc transferre velimus) demonſtratio inquam hujus propoſitionis eſt ap. Euclidem l. 1. prop. 1.

2. *Ex quibuscunq; lineis datis, modò bina earum ſimul ſumta tertiâ ſint majores, Triangulum conſtituere.* Unâ è tribus, quæcunq; illa ſit, v. g. A. pro baſi acceptâ, ut ſit A B, ejusq; extremitatibus pro centris, ducantur circuli ad intervalla reliquarum duarum linearum. Et ad punctum interſectionis duorum ejuſmodi circulorum ducantur rectæ A C, B C, & factum erit triangulum trium laterum tribus datis æqualium *Eucl l, 1. prop. 22.*

3. *Datam lineam rectam aut etiam circularem in duas æquales partes ſecare.* Extremis duobus datæ lineæ ſumtis pro centris circini in utroq; ſigillatim fixi, alterum crus extendatur usq; ad alterum extremum, vel certè ultra medietatem lineæ, & ita deſcribantur duo circuli, aut arcus ſaltem circuli, qui in duobus punctis uno ſupra, altero infra lineam datam, ſeſe interſecabunt. Ab uno

ho-

bo um ad alterum impoſitâ regulâ ducatur linea, hæc dividet lineam datam in duas æquales partes *Eucl. l. 1, prop. 10.*

4 *Lineam lineæ datæ perpendicularem ducere.* Caſus varii ſunt. 1. Si punctum ad quod perpendicularis ducenda eſt, ſit in ipsâ lineâ datâ, & modico utrinq. intervallo ab extremis diſtans ut punctum A lineæ B C; tùm fixo in puncto A altero pede circini, accipiantur utrinq; intervalla æqualia A B, A C. Deindè ſumtis B & C centris, deſcribantur circuli ſeſe interſecantes in D. Linea ducta à puncto D ad punctum A perpendicularis erit ad lineam B A C *Eucl. l. 1. prop. 11.*

2. Si punctum datum A ſit extra lineam dictam & ab eo perpendicularis ad lineam datam (ſufficientis longitudinis) demittenda, figatur in eo pes circini, altero pede extenſo ſupra lineam datam, deſcribatur circulus ſecans lineam datam in D & E. Intervallum D E dividatur ex propoſitione proximè antecedente in duas æquales partes in F, linea A F per quam diviſio facta eſt, erit perpendicularis ad B C. *Eucl. l. 1. prop. 12.*

3. Si punctum, unde perpendicularis ducenda eſt, ſit in extremitate lineæ datæ, quam tamen ulterius ducere nequeas, accipiatur ſupra vel infra lineam A B punctum C, & fixo in eo pede circini, alter pes extendatur ad punctum datum A, deſcribaturq; Circulus, ſecans lineam datam in puncto D. Per hoc punctum D & centrum circuli C, ducatur recta, ſecans Circulum ex parte oppoſita in E. Linea ducta ab A in E perpendicularis erit in A B. Demonſtratio patet ex prop. 31. l. 3.

5. *Ad datum punctum A lineæ B C angulum facere æqualem angulo dato D E F duabus lineis D E, F E comprehenſo.* In

punčto E dati anguli D E F fixo circino deſcribatur arcus circuli ſecans lineas D E, F E in punčtis G H, & eâdem apertura circini deſcribatur arcus ex centro A tâtæ longitudinis, ut in eo capi poſſit arcus I K æqualis arcui H G. Ducta jam linea A K efficiet angulum ad A æqualem angulo D A F. *Eucl. l. 1. prop. 23.*

6. *Linea data A B ducere lineam parallelam tranſeuntẽ per punctum datum C.* A puncto dato C ducatur recta ad A B, quæ ſit C D & ad punctum C fiat ex problemate antecedènte angulus D C E æqualis angulo C D B, vel, quod idem eſt angulo C D F. Linea E C parallela erit ad lineam A B, hoc eſt, quaqua verſus producta nunquam in eam incidet.

7. *Datam lineam A B ita dividere, ut alia data v. g. B C diviſa eſt.* Ad lineam B C ducatur alia B D ſufficientis longitudinis, in quam transferatur linea A B, ducaturq; ex puncto C recta C A & per problema antecedens huic parallelæ E.F.G.H &c. Ita linea A B diviſa erit in partes totidem, ejusdemq; proportionis, in quas diviſa eſt linea B C. *Eucl. l. 1. prop. 10.* Hic modus eſt Euclidis, alius, 2. in praxi ferè certior ita habet: Ad lineam A *B* dividendam adjungantur in extremitatibus duæ lineæ ſufficientis longitudinis, ita ut anguli ad A & *B* ſint inter ſe æquales & in utramq; illlarum linearum transferantur partes lineæ *B* C. puncta diviſionis jungantur rectis A D, E F; G H &c.

3. Tertius modus in praxi adhuc certior. Ad lineã A *B* dividendam adjungatur *B* C jam diviſa aut ei æqualis, in quam partes diviſæ translatæ ſint & intervallo *B* C ducatur circulus. Deinde ducatur recta A C continueturq; eò uſq;, donec attingat etiam D, ad quod du-

Digitized by Google

ducatur etiam *B* D æqualis futura rectæ *B* C in quam adeò etiam partes ipſius *B* C transferantur, quæ rectis lineis junctæ rectam A *B* in partes ejusdem proportionis ſecabunt.

8. *Lineam datam A B in datas partes quotcunq. vel æquales vel cujuscunq. datæ proportionis dividere* Si numerus partium datus ſit pariter par, tunc linea data dividatur primò in partes duas ex probl. 3. quælibet harum iterum in duas, & ſic deinceps, donec perveniatur ad numerum datum. Si numerus ſit pariter impar, iterum fiat diviſio in duas partes donec perveniatur ad numerum imparem. Hæc porrò pars, cui debetur numerus impar, dividatur juxta aliquem modorum problemate antecedente traditorum, ſi nimirum à lineâ aliqua abſcindantur partes numeri quæſiti, & linea illa vel portio lineæ ita diviſa tractetur ut linea *B* C problemate antecedente.

9. *Super datâ rectâ lineâ AB quadratum vel quodvis quadrangulum rectangulum, cujus longitudo & latitudo data ſit, deſcribere.* Super extremitatibus A *B* erigantur ex probl. 4. perpendiculares A C, *B* D æquales lineæ A *B* ſi quadratum deſcribendum ſit, vel cujuſcunq; longitudinis pro alterâ parte longiore. Extremitates harum rectarum jungantur rectâ C D. vel quod brevius eſt, præſertim pro quadrato. Ex A erigatur perpendicularis A C. ſumtis deindè centris C & *B*, intervallis A *B*, A C deſcribantur arcus ſecantes ſeſe in D. Rectis ductis C D, *B* D factum erit parallelogrammũ Rectangulum.

10. *Rhombum vel Rhomboides ad datum angulum C A B deſcribere.* Hoc ex modo ſecundo deſcriptionis probl. pro-

Digitized by Google

proximè antecedente tradita per ſe patet. Accipiatur in lineis angulum datum conſtituentibus longitudo & latitudo Rhombi vel Rhomboidis propoſiti, punctis C & *B*, iisdemq; ſumtis pro centris ad intervallum longitudinum & latitudinum datarum interſectione D, ut ante deſcripta.

11. *Triangulum in parallelogramum ejusdem capacitatis mutare.* Per angulum A baſi oppoſitum ducatur D A E baſi parallela. Deinde diviſâ *B* C in duas partes æquales in *F*, & abſciſsâ A G æquali lineæ *B* F ducatur Recta *F* G. Ita conſtitutum parallalogrammum A *B F* G æquale erit triaegulo A *B* C *Eucl l. 1. prop. 42.*

12. *Paralellogrammum A. B C. D. in triangulum ejusdem capacitatis mutare.* Hoc facilè intelligitur ex Prop. antecedente. Productâ enim baſi *B* C. & duplicatâ ad E, ducatur recta ab E ad A. vel ad quodcunq; punctum lineæ A D quantacunq; longitudine productâ v. gr. *F* G &c. Ita fiet triangulum A *B* E. vel A *F* E ejusd. capacitatis cum paralellogrammo A *B* C D.

13. *Paralellogrammum datum in aliud paralellogmmmũ ſive diverſis ſive iisdẽ angulis, aut diverſâ longitudine vel latitudine, ſed ejusd. capacitatis tranſmutare.* Sit datum paralellogrammum A *B* C D. In hoc placet primo angulos mutare, ita tamen ut ejusd. magnitudinis ſit. Producantur Baſis *B* C, & latus ei oppoſitum A D utrinq; in infinitum ut loquuntur, hoc eſt quoad opus eſt & ad punctum *B* fiat ex problemate quinto angulus ejus magnitudinis, quam in futuro paralellogrammo deſideras. Et ad hujus menſuram ducantur *B* E. & ei paralella C *F* vel ab E capiatur ſpatium E *F* ejusd. lõgitudinis ut *B* C ducatur. Ita conſtitutum erit paralellogrammũ

EBCF

Digitized by Google

E B C F ejusd. capacitatis cum A B C D, ſed diverſorũ angulorum. Si longitudinem vel latitudinem mutare cupis, producatur latus B C. (id ſcilicet quod mutare cupis) in E ad longitudinem eam quam in futuro paralellogrammo deſideras. Lineæ productæ C E æqualis fiat D F, & à puncto F E in A ad longitudinem A G, ducatur recta G H, quam contingat F E producta in I Paralellogrammum C H, ex hac deſcriptione reſultans æquale erit paralellogrammo A C, habens latitudinem poſtulatam C E. *Eucl l. 1. prop. 44.*

14. *Datam figuram Recti lineam in Triangula reſolvere.* Accipiatur punctum quodvis, commodiſſimè autem ſi optio datur. hac in parte ſumitur id ex quo ad plures angulorum reliquorum rectæ duci poſſint ſitq; illud punctum A. Hæ itaq; ex illo puncto ductæ reſolvent figuram in triangula, ſi ad omnia puncta angulorum ducta fuerint, ſi autem quædam adhuc puncta reliqua fuerint, quæ ex puncto initiò ſumto tangi non poterat, eligatur aliud adhuc punctum ex quo ad reliqua etiam rectæ duci poſſint. Ita tandem tota figura in triangula reſoluta erit.

15. *Circuli dati, aut partis tantùm peripheriæ datæ centrum reperire, aut quævis tria puncta non ad rectam lineam poſita in circulum redigere.* In tribus punctis ſivè nudè datis ſive in parte peripheriæ acceptis A B C, interſtitia extremorum A B, B C dividantur in duas æquales partes ex probl. 3, Linea D E, F E, per quas facta eſt diviſio, continuentur introrſum donec ſeſe interſecent in E, Punctum interſectionis E erit centrum circuli integri per puncta illa incedentis.

16. *Figuras planas regulares circulo inſcribere.*

Digitized by Google

1. Triangulum & ſexangulum circulo inſcribitur h. modo: Radius ſeu ſemidiameter circuli A *B* applicatus Peripheriæ, dat latus ſexanguli A C. Eodem repetito, ad D, extremisq; rectâ lineâ junctis fiet latus trianguli A D.

2. Pro quadrato ducatur diameter A *B* dividés circulum in duas æquales partes punctis A & *B*, utraq; earum ex proplemmate 3 iterum ſubdividatur, in duas æquales partes C & D. Lineæ rectæ proxima puncta proximis jungentes efficient quadratū circulo inſcriptum.

3. Quinquangulum ita inſcribes: Ducatur iterum diameter A *B*; ſemidiameter D *B* & ſemicirculus A C *B*, utrumq; iterum ſubdividatur in duas æquales partes punctis C & E. Fixo circino in E & extenſo ad C deſcribatur arcus C *F*. Intervallum punctorum C & *F* erit latus quinquanguli fig. 3.

4. Quindecangulum deſcribetur, ſi in eod. circulo deſcripſeris quinquangulum & triangulum, utriuſq; initio ſumto ab eodem puncto A. Ita enim intervallum proximorum duorum angulorum quos iſtæ figuræ ſuppeditant. v. g. punctorū *B* C dabit latus quindecanguli.

5. Si circulus dividendus aut figura æquilatera circulo inſcribenda ſit, cujus numerus duplus ſit ad numerum laterum harum figurarum, perfici id poſſe diviſione arcus circuli inter duos angulos figuræ jam deſcriptæ intercepti in duas æquales partes, per ſe patet v. g. ſi octangulum deſideres, quia illud duplū eſt quadranguli, itaq; dividatur arcus lateri quadranguli ſubtenſus in duas æquales partes puncto E, ducta recta A E

vel

Digitized by Google

vel E C erit latus octanguli, & ita in reliquis.

6. Si *Figura* deſcribenda in circulo inprimis numeris ſit impar, excepto 3, 5, 15, Geometricè id fieri nequit, ſed modo mechanico contentos eſſe oportet, ut ſc. facto experimento per qualemcunq; aperturam circuli, ſi minus ſucceſſerit. circinus claudatur v. aperiatur, quãtum videtur, & experimentum toties repetatur, donec tandem oculis ſatisfiat. Solent quidem â practicis modi tradi deſcribendi ſeptanguli, nonanguli & ſimilium, ſed ii non modo â priori accurati non ſunt, ſed etiam in praxi & â poſteriori, nec oculis ſatisfaciunt, ut ita ab illis etiam tand. ad mechanicum iſtum modum redeundum ſit. [*Simile quid tradidit Clavius in appendice ad 5 Eucl. per lineam quoadraticem ſatis ſubtile & niſi fallor, non rejiciendũ ſed in praxi vulgari operoſius niſi quadratrix illa linea ante facta imprompṫu ſit.*

17. *Datam rectam lineam proportionaliter ſecare, videlicet ita, ut ſicut ſe habet pars minor ad majorem, ita pars major ſe habeat ad totam lineam.* Talis ſectio peracta eſt modo in deſcriptione quinquanguli. Nam in ſemidiametro circuli ibi deſcripti A D, vel D *B*, ut A F ad F D ita F D ad D *B* ſemidiametrũ, itẽ ut F D ad D B ita D *B* ad *FB*. Eſt & alius mod° qui fit extra circulũ ante deſcriptũ quẽ docuit Euclides. *l*, 2 *prop. 11.* qui inde ſi placet peti poteſt.

18. *Figuras Regulares extra circulum deſcribere, & poſtea ſi placet circulum circumſcribere.* Trianguli, & Quadrati deſcriptio extra circulum ſupratradita eſt. Unde non difficulter ſexanguli deſcriptio patet quippe quod ex ſex Triangulis contiguis compoſitum. Uni itaq; deſcripto ſi adjunxeris ſecundum, huic tertium & ſic deinceps angulis ſupremis in idem punctum concur-

Digitized by Google

rentibus, habebis ſexangulum. Pro quinquangulo ſit in figura probl. 17. & 18 latus quinquanguli futuri linea A D proportionaliter diviſa in *F*. Adjiciatur ei utrinq; parti majori *FG* pars æqualis D E, A G & circino aperto ad intervallum A D & fixo in punctis A & D deſcribantur arcus circuli ſecturi ſe invicem in H & I. Fixo deinde eodem in H I, deſcribatur ſimilis interſectio ad K. Lineæ A D, A H, H K, K I, I D conſtituent quinquã-gulum quæſitum. Cui aut cuivis figuræ regulari ſi circumſcribere voles circulum, divido duo ejus latera in duas æquales partes, lineæ diviſæ ita interius productæ oſtendent centrum ubi fixus circinus & ad angulos figuræ extenſus circulum circumſcribet.

19. *Super data recta linea figuram recti lineam alii figuræ recti lineæ datæ ſimilem deſcribere.* Sit data figura rectilinea, A *B* C D E, linea data *F* G, Reſolvatur figura data in triangula, initio facto ab extremitatibus lineæ cui reſpondere debet linea data. v. gr. A *B*. Deinde in extremitatibus lineæ fiant anguli æquales angulis in extremitatibus lineæ A E figuræ datæ. Et producantur lineæ angulos illos conſtituentes, donec binæ ex duobus extremis lineæ datæ concurrant; concurſus illi etiam rectis jungantur, & facta erit figura ſimilis figuræ datæ. *Eucl. l. 6. prop. 18. vide eund. 25.*

20. *Figuram recti lineam datam in paralellogrammum mutare.* Reſolvatur figura data in triangula, ex triangulis ſingulis ſingula fiant parallelogramma ex prop. 11. Paralellogramma ſingula ad eand. latitudinem redacta ex prop. 13. ſibi invicem applicentur & fiet unum paralellogrammum ex omnibus. *Eucl. l. 1. prop. 45.*

21. *Inter duas rectas datas mediam proportionalem in-*

ve-

Digitized by Google

venire hoc eſt, ut ſicut ſe habet prima datarum linearum ad inventam, ita inventa ad alteram. Modi duo ſunt, uterq; uſum in praxi habens. Primus qui eſt Euclidis, ita habet: Duæ lineæ datæ ſint A C, C *B* directè in unam lineam poſitæ A *B*, ſuper totâ A *B* deſcribatur ſemicircul° AD*B*, Et ex puncto C erigatur perpendicularis C D. Hæc erit media proportionalis inter A C & C *B*. Alter modus eſt Pappi Alexandrini, & ita habet: Major datarum linearum ſit A *B*, & minor A C illi ſuperimpoſita. Deſcribatur iterum ſuper *AB* ſemicirculus *A* D *B* & erectâ perpendiculari C D, ducatur recta *A* D, ut v. gr. ſi AB ſit partiû octo *A* C duarum erit, *A* D partium quatuor.

22. *Duabus lineis datis tertiam proportionalem in proportionalitate continuâ adjicere hoc eſt, ut ſicut ſe habet prima datarum ad ſecundam, ita ſecunda ſe habeat ad tertiam inventam.*

Ponantur duæ lineæ datæ, ut ſeſe contingant per angulum quemcunq;, & ſint *A B*, *B* C, & ducatur recta *A* C. Deinde quæ ex his debet eſſe ſecunda *B* C, ea accepta circino transferatur in lineam *AB*, prolongatam ſi opus ſit, à B verſus *A*, ut ſit *B* D & rectâ *B* C itidem prolongatâ ſi opus ſit, ducatur recta *D* E Parallela ipſi *A* C. Hæc erit tertia proportionalis, & erit ut *A B* ad *B* C, ita B C vel ei æqualis B D ad D E.

23. *Tribus lineis datis quartam proportionalem adjungere, ita ut ſit quemadmodum prima datarum ad ſecundam, ita tertia datarum ad quartam inventam vel inveniendam.* Lineæ 3 datæ redigantur in triangulum (ſi fieri poteſt, poterit autem ſi earum binæ ſimul ſumtæ majores ſint tertia) ex probl. 2. Et quæ ſecundum locum inter proportionales obtinere debet, ſubtenſa ſit angulo, quem fa-

ciunt duæ reliquæ. Si verò ex tribus datis lineis duæ ſimul ſumtæ minores aut præciſe æquales ſint tertia (quo caſu triangulum ex iis fieri nequit) jungatur ut ante prima & ſecunda per angulum quemcunq; & ſint A B,B C,& ductâ rectâ A C prolongatâ ſi opus ſit, transferatur in eam linea tertia datarum & ſit A D. Et ex puncto D ducatur D E parallela rectæ B C. Hæc erit quarta proportionalis trium datarum,hoc eſt ut A B ad B C ita A E ad D E.

24. *Inter duas rectas datas duas medias proportionales invenire*. Ex duabus rectis datis A B, B C fiat paralellogrammum Rectangulum A C,cujus centrum D,& producantur ejus latera à *C* verſus E & ab *A* verſus F utrinq; Deinde circino fixo in D, deſcribantur arcus circuli ſecantes lineas productas penes E & F & ſimul regulam impoſitam puncto B & utrinq; extenſam quod fiet tandem aliquot circulis ita deſcriptis penes E & F. Lineæ C E, *A* F erunt mediæ proportionales, ut B *A* ad *A* F, ita E *C* ad *C* B.

25. *Figuram quamvis regularem aut ad regulares reductam ſive planam ſive ſolidam in datâ proportione augere vel minuere*. Si figura data circulus ſit vel globus, accipiatur diameter, ſi figura rectilinea, accipiatur lat⁹ quodcunq; & dividatur juxta terminum antecedentem proportionis datæ. Huic adjiciatur linea habens proportionem termini conſequentis ad latus propoſitum. Si jam figura ſit plana, quæratur una media proportionalis,hæc erit latus figuræ in datâ proportione auctæ vel diminutæ. Si verò ſolida figura ſeu corpus augeri vel minui debet, quærentur duæ mediæ proportionales. Ex his ea quæ termino antecedenti proxima eſt,erit latus corporis aucti vel diminuti.

26. *Fi-*

26. *Figuram quamvis rectilineam in quadratum mutare.* Data figura mutetur in parallelogrammum rectangulum ex prop. 18. Hujus latus A B producatur ad lõgitudinem lateris B C, ut ſit B D, ſuper totâ A D deſcribatur ſemicirculus, in hoc perpendicularis B E c. eſt, media proportionalis inter A B & B C, erit latus quadrati æqualis parallelogrammo rectangulo.

27. *Ex quadrato circulum facere.* Talis circuli Diameter eſt media proportionalis inter latus quadrati & lineam 14 partium quarum latus quadrati eſt undecim Dividatur itaq; latus quadrati in partes undecim & in idem exterius productum transferantur partes ejusdẽ magnitudinis quatuordecim. Super totâ lineâ deſcribatur ſemicirculus & linea A B producatur, donec attingat peripheriam circuli in C. Recta A C dabit diametrum circuli quadrato æqualis. [*abſolutio hujus & ſeq. probl, per lineam quatradicem fortaſſe accuratior quamvis operoſior videri poteſt ap. Clavium loco ad probl. 22. citato.*

28. *Ex circulo quadratum facere.* Media proportionalis inter diametrum circuli & lineam undecim partium, quarum diameter circuli eſt quatuordecim facit quadratum cujus area æqualis eſt circulo. Dividatur itaq; diameter circuli in partes quatuordecim, & ei adjiciatur linea partium undecim ejusd. magnitudinis, perpendicularis A B ex puncto connexionis duarum ejuſmodi linearum erecta, donec contingat peripheriam ſemicirculi ſuper totâ lineâ deſcripti, erit latus quadrati circulo dato æqualis.

29. *Figuras Sectionum Conicarum deſcribere.* Hoc variis modis fieri põteſt, præſertim *in Ellipſi* ut videre eſt apud Dürerum Rivium Clavium & alios, Nos in eo Kepple-

Digitized by Google

rianum quem ab Apollonio Pergæo deſumſit & inter Hypotheſes Aſtronomicas poſuit, apponemus. Sumatur longitudo futuræ Ellipſeos A B & in ejus Diametro duo puncta C, D, æqualiter â proximis extremis A & B diſtantia, inq; iis figantur duo ſtili, quibus alligetur filum duobus ſuis extremis, eâ longitudine quæ compoſita ſit ex A C, & A D; inq; eo ſtilus mobilis F E (initio ſi placet facto ab A) ita circumducatur, uti tenſio duo ſubinde crura Trianguli ad ſtilum quo deſcribitur inclinata faciens permittit; & deſcribetur figura Elliptica. Quia autem hæc deſcriptio Mechanica potius videtur quam Geometrica, apponam ex Kepplero hanc quoq;. Centro E deſcribantur duo circuli, major ad intervallum A F, minor ad intervallum E C. Ductis deinde ex centro E radiis quot voles, & â punctis ubi radii illi peripherias modo dictas penetrant perpendicularibus F I, G E, H K, &c. item L M, N O, &c. Capiantur circino diſtantiæ ab extremis v.g. A D, & fixo circino in B deſcribatur in perpendiculari H K punctum P, item per diſtantiam B M fixo circino in D, deſcribatur Q in perpendiculari F I, item per diſtantiam A E vel B E fixo circino in C vel D punctum R, per diſtantiam A O fixo circino in C punctum S & ita in aliis. Puncta Q, R, S, P &c. erunt ea per quæ tranſibit linea Elliptica. *Parabole ita deſcribi poterit.* Ducatur Diameter ei competens A B, inq; ea centrum C & ejus Baſis per B ad angulos rectos. Huic verò parallelæ quotcunq; D. E, F &c. Secantes diametrum A C B, in punctis I K L &c, accepta deinde per circinum longitudo A I, fixo ejus pede in centro C, altero extenſo ad tranſverſalem tranſeuntem per I, fiat punctum ſectionis ejusdem tranſverſalis, eodem

eodem facto cum reliquis conſtituentur puncta, per quæ tranſiens arcus parabolem efficiet. Talis eſt deſcriptio per circinū. Filo & ſtilo ut paulò ante in Ellipſi negocium ita expedietur; fixo ſtilo in C cum filo ei alligato, ponatur alius ſtilus mobilis, cui circum ligatum filum ex C extendatur inde porrò deorſum ab B. Fiat deinde penes B nodus vel ſimile ſignum, aut filum prorſus ibi abſcindatur, & nodus ille vel extremitas moveatur ſucceſſivè verſus dextram *D*, pro delineanda parte dextrâ, & verſus ſiniſtram F pro delineanda parte ſiniſtrâ, hunc motum ſequatur ſtilus ex A, filum ſemper (ut in deſcriptione Ellipſeos) ita tendens, ut pars fili aſcendens â B aſſ D B, parallella ſit Diametro A B; ita deſcribetur arcus parabolicus. *Pro arcu Hyperbolico deſcribendo*, producatur diameter A B quantum ſatis videbitur verſus G ſurſum & verſus D deorſum: Accepto deinde circino, & fixo altero eius pede in B altero utrinq; æqualiter extenſo, deſcribantur puncta, *e* & *f*, item *g* & *h*, *i* & *k* &c. quot voles. Et accepto iterū circino, & fixo altero ejus pede in *e*, altero extenſo verſus *e*, deſcribantur arcus circuli *el*, *em*, &c. eodem modo iiſdem Centris deſcribantur arcus intervallis C*g* & A*h* per *n* & *o*, item intervallis C*i*, A*k* per *p* & *q*, donec pervenias ad Baſin A. puncta *p*, *n*, *l*, *B*, *m*, *o*, *q*, &c. erunt ea, per quæ tranſiens linea Hyperbolen faciet. Idem præſtabunt duo fila extenſa â ſtilis fixis in A & C & inde protenſa primò in B, & poſt æqualem utrinq; adjectionē in *l*, & *m*, iterum in *n* & *o* &c.

30. *Cochleam deſcribere.* Etiam hujus formæ & deſcriptiones variæ ſunt, ut videre eſt apud Archimedem Pappum Alexandrinum, præcipuè autem inter hodier-

nos apud Durerum, Dn. Schwendterum anteceſſorem meum laudatiſſimum, & alios. Unum modum eumq; ſimpliciſſimum ferè, poſui ultimo loco inter figuras capitis primi. Ubi beneficio duorum tantum centorũ linea cochlearis incedit per perpuncta *b, c, d, e, f, g*, & â viciſſim per *f, e, d, c, b*. Nunc unum adhuc adjiciemus illi ferè, ſimilem hoc tamen diverſe habenté, quòd plura cẽtra uſurpet, nec ut ibi â minori ſed â majori peripheriæ parte initium faciat, regreſſu etiam ad vitandam confuſionem omiſſo. Circulus intra cujus ambitum cochlea deſcribenda eſt per tres diametros dividatur in partes æpuales ſex (majorem ἀκρίβειαν ſectaturus in plures poſſet) A, B, C, D, E, F. Et in quavis ſemidiametro capiâtur modico intervallo â centro *g*, alia adhuc quaſi-centra, *h, i, k, l, m, n*. fixo deinde circini altero pede in *h*, altero extenſo ad A, deſcribatur arcus *ao*, poſt hunc intervallo *io*, ducatur *op*, iterum intervallo *kp*, ducatur *pq* & ſic deinceps, donec pervenias vel ad ipſum centrum, vel ad terminum quem ipſe tibi præfixiſti, ita habebis lineam cochlearem, quam, ſi voles, toties poteris multiplicare quoties intervallum A *t* in partes ſenſibiles ſubdiviſibile fuerit. Ita ad intervallum *h u*, deſcribi poterit *u w*, ad intervallum *u w*, *w x* &c. itẽ ad intervallum *h y* arcus *y z*, & ſic deinceps, quouſq; placuerit.

31. *Latera quinq; corporum eidem ſphæra data inſcriptibiliũ exponere.* Sphæræ datæ diameter A B. dividatur in partes duas in C, & inde tq. ex centro deſcribatur ſuper diametrum ſemicirculus: abſcindatur ejusd. diametri pars tertia in D, quinta in E, ducâturq; perpendiculares ad peripheriam C F, D G, E H, & â puncto concurſus earundẽ

randem cum peripheriâ ex punctis A & B rectæ A F, A G, B F, B G, B H. Deindè B H dividatur extremâ & mediâ ratione, ejusq; diviſionis major pars transferatur in lineam A H, & ſit H I, ducaturq; B I. Dividatur etiam B G extremâ ac mediâ ratione in K, ut major diviſionis pars ſit B K. His ita factis erit A F latus cubi, B I latus Icoſaëdri, B K latus Dodecaëdri. *Demonſtratio eſt apud Euclidem l. 13. prop. 18.*

32. *Corpora quinq; Regularia vel totidem globis materialibus inſcribere, vel ex laminis aut ſimili materia complicata conſtruere, vel in plano Ichnographicè & Orthographicè delineare ut beneficio Optices ita uti ſub viſum cadunt deſcribi poſſint.* Menſuratâ globi materialis diametro ut figura problèmatis antecedentis A B, exponantur latera ſingulis corporibus regularibus cõpetentia, & beneficio circini cujus crura introrſum curvata ſint transferantur in globum, deſcribanturq; ſuper iis baſes cuilibet competentes. Triangula ſcilicet contigua pro Tetraëdro quatuor pro Octaëdro octo, pro Icoſaëdro viginti, quadrata verò pro Hexaëdro ſeu cubo ſex, quinquangula pro Dodecaëdro duodecim. Ita corpora illa regularia globis ſuis materialibus inſcripta erunt. Similiter ſi totidem baſes ſibi invicem eo ordine, qui figurâ hujus probl. 2 & ſeqq. adumbratus eſt, contiguæ in plano complicabili deſcriptæ complicentur, ipſa corpora conſtituta erunt. Ubi tamen de figuris hiſce noſtris notetur, ſpacii redimendi cauſa ſemiſſes tantum laterum globo problematis antecedentis competentium aſſumtas eſſe, *pluribus tùm de his tùm de auctis & truncatis videri poſſunt, Dürerus & Stevinus in Geometrica.* Pro deſcriptione verò in plano Orthographica & Ichnographicâ, 1 ſuper latere

Tetraëdri deſcribatur triangulũ, ſuper Hexaëdri quadratum ſuper Dodecaëdri quinquangulum, ita fient veræ eorum Baſes. 2 Ex baſi octaedri deſcribatur quadratum & ex linea connectente angulos alternos Baſeos Dodecaëdri, & ex latere Icoſaëdri deſcribantur quinquangula. Tales Baſes in tribus hiſce figuris poſterioribus vocentur docendi gratiâ baſes earum majores; omnesq; tum hæ tum priores circumſcribantur circulis, uti factum fig. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 3. Circulorum circa ſingulas haſce figuras deſcriptorum diametri adaptentur circulo magno globi cui corpora iſthæc inſcribenda ſunt, trajectâ diametro globi per ſingulas ad angulos rectos. Hæ diametri globi cum Diametris baſeon dictarum, quas interſecant, & â quibus viciſſim interſecantur erectæ, ſuppeditabunt corporum horum Orthographiam. Ichnographiam vero ſuppeditabunt baſes, deſumtæ ex fig. 7. pro tetraëdro, ex 8 pro Hexaëdro ſeu cubo, ex 10 pro Octaëdro, ex 9 & 11. pro Dodecaëdro, ex 12 pro Icoſaëdro ut apparet fig. 14. 15 & ſequentibus. Coronidis quaſi loco tandem adjecta etiã eſt una & altera figura auctorum & truncatorum, quorum fundamenta deſcribendi, ex dictis non difficulter intelliguntur.

Caput tertium Geometriæ & primũ Trigonometriæ

Continens definitiones & declarationes terminorum Trigonometriæ propriorum.

Definitio 1. Trigonometria eſt ea pars Geometriæ quæ metitur Triangula & conſequenter ſaltem ex parte

te omnes tùm lineas tùm figuras planas & circulares pleraſq; etiã ſolidas quippe quæ in Triãgula reſolvũtur.

2. Triangulum ratione partium dividitur in tres lineas & tres angulos & pro horum diverſitate etiam in diverſas ſpecies.

3. Ut enim lineæ ſunt vel rectæ vel circulares vel mixtæ, & anguli vel rectilinei vel curvi linei vel mixti; itẽ vel recti vel obliqui, & hi vel acuti vel obtuſi, item anguli & latera inter ſe vel æqualia vel inæqualia. Ita triangulum eſt vel rectilineum vel ſphæricum vel mixtum. Rectilineum vel rectangulum vel obliquangulum, & hoc vel acutangulum vel obtusangulum, vel æquilaterum vel æquicrurum vel ſcalenum. *vid. cap. 1. & Eucl. inter definitiones l. 1.*

4. Triangulum ſphæricum aut eſt quadrantale, in quo vel unum ſaltem latus & angulus, vel duo vel tria quadratis (id eſt. 90 gradibus) æquantur, aut non quadrantale ubi omnia latera & anguli vel ſuperant nonaginta gradus vel ab illis ſuperantur.

5. Triangula mixta vel conſtant lineis in ſeſe mixtis ſeu irregularibus & talia ſub trigonometriam non cadunt niſi quatenus correctione quadam ad Triangula vel rectilinea vel ſphærica revocantur: vel conſtant ex lineis, quarum quædam ſunt rectæ quædam circulares. In his conſiderantur tùm arcus circulorum, tùm eorum ſubtenſæ: quæ ſunt vel chordæ vel ſinus, quo referuntur etiam Tangentes & ſecantes. vide figuram hujus capitis ubi D C L eſt chorda arcus D L.

6. Sinus duplex eſt; alius dicitur ſinus totus item radius ut A B, A D, AG, A I &c. alius partialis & hic vel rectus, qui ſemper intelligitur quando vox ſinus abſolutè

ſolutè ſine determinatione ponitur: ut DC (eſt ſinus) arcus D B, H B arcus G D, vel verſus ut C B arcus D B, GH arcus G D, C I arcus D G I,

7. Sinus Tangentes & ſecantes dicuntur vel ipſorum arcuum vel complementorum ſive ad 90 gradus, quæ abſolutè complementa dicuntur, vel ad ſemicirculum aut 180 gradus. Ita H D eſt ſinus, G T tangens, A F ſecans complementi arcus B D, quia arcus G D cujus hi ſinus tangentes & ſecantes ſunt complentum eſt (abſolute dictum) arcus B D; arcus verò D I eſt complementum ejuſdem arcus B D ad duos rectos ſeu ad 180 gradus, ſinus tangentes & ſecantes communes & eosdem habens cum arcu B D, cujus complementum eſt,

8. Menſurant autem hi ſinus tangentes & ſecantes, ſuos arcus; & arcus menſurant ſuos ſinus &c. Eo hunc in finem conſtructæ ſunt tabulæ ſinuum &c. â diverſis authoribus de quibus infra. Nunc hoc ſciendum fundamenta tabulis illis majori ex parte ſuppeditari â figuris regularibus circulo inſcriptis. Logarithmorũ fundamentum tactum eſt in Arithmeticis in doctrinâ progreſſionum, reliqua ne hîc tractemus compendii Legibus prohibemur,

9. Fit etiam in Doctrinâ Angulorum (quamvis raro in Trigonometriâ ſtrictè dicta) mentio Anguli ſegmenti, Anguli in ſegmento & Anguli contactus. vide fig. 16. capitis ſequentis.

Caput quartum Geometriæ, ſecundum Trigonometriæ.

In quo Regulæ Trigonometricæ, inſervientes caſibus Triangulorum Rectilineorũ qui ſine operoſo Sinuum Tangentium & ſecantium calculo abſolvi poſſunt.)

Digitized by Google

Regula. 1. Triangulum æqualia habens tùm latera lateribus alterius trianguli, tùm angulum æqualibus lateribus comprehenſum, etiam baſin baſi & reliquos angulos reliquis angulis æquales habet *Eucl l. 1.pr. 4.*

2. In triangulo æquicruro ut A B (fig. 1. hujus capitis) anguli ab baſin A B C, A C B ſunt inter ſe æquales, & productis lateribus anguli B D C, B C E comprehenſi à productis & baſi, ſunt inter ſe æquales, adeoq; etiam Trianguli æquilateri omnes anguli ſunt inter ſe æquales. & contra hoc eſt triangulum habens duos æquales angulos ad baſin eſt æquicrurum. *Eucl. l. 1. prop. 5. 6.*

3. Triangulum habens omnia tria latera tribus lateribus alterius trianguli æqualia, etiam angulos æqualibus lateribus comprehenſos æquales habent. v. g. angulum BAC angulo E D F *Eucl. l. 1. prop. 8. vide fig. 2. & 3.*

4. Recta A B vel A C, ſuper rectam C D conſiſtens aut duos rectos C A E, D A E, aut duobus rectis æquales angulos C A *B*, D A *B*, efficit *l. 1. p. 13.* adeoq; cognito alterutro, notus eſt & alter tanquam ejus complementũ ad duos rectos.

5. Duæ rectæ ſeſe mutuo ſecantes angulos ad verticem *B* æquales efficiunt. *Eucl. l. 1. pr. 15.*

6. Latere quovis v. g. A *B* Trianguli fig *6.* producto in D, efficitur angulus externus *CB* D major angulo oppoſito utrovis C A *B*, D C A, æqualis autem utriq; ſimul ſumpto, *Eucl. l. 1. pr. 16. 32.*

7. In omni Triangulo rectilineo tres anguli ſimul ſumpti ſunt duobus rectis æquales, adeoq; cognito uno cognita eſt ſumma reliquorum, cognitis duobus, & tertius. *Ibid. pr. 32*

Digitized by Google

8. Triangulum habens vel duos angulos & unũ latus, vel duo latera & unum angulum alteri triangulo æqualia, & reliquos angulos & latëra ei æqualia habet *pr. 26.*

9. Linea recta A *B* incidens in lineas rectas parellelas C D. C F, efficit angulos alternos A G D, G H F æquales & externum A G C interno & oppoſito E B G æqualem & internos & ad eaſdem partes C G H, E G H, duobus rectis æquales *pr. 29.*

10. Rectæ lineæ A *B*, CD quæ æquales & parallelas lineas A C, *B D* ad partes eaſdem conjungunt, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt. *Idem l. 1. pr. 33.*

11. Triangula A *B* C, A *B* E, ſuper eâdem vel æquali baſi A *B* & in eiſdem parallelis EF, A G (ſeu ejusdem altitudinis) ſunt inter ſe æqualia, dimidia autẽ parallelogrammorum A C, A H. *Eucl. l. 1. pr. 37. 38.*

12. In rectangulis triangulis A *B* C quadratum hypotenusæ A C eſt æquale quadratis rectarum, angulum rectnm comprnqendentium l. 1. p. 47.

13. In obtuſangulis Triangulis *D* E F. fig. 11. Quadratum *D* H quod fit â latere angulum obtuſum ſubtendẽte, majus eſt quadratis, quæ fiunt â lateribus obtuſum angulum comprehendentibus, rectãgulo bis comprehenſo, & ab uno laterum quæ ſunt circa obtuſum angulũ, in quod cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub perpendiculari prope angulum obtuſum *pr. 12. l. 2.* In omnibus verò Triangulis v. g. H I K quadratum H L â latere angulum acutum H K I ſubtendente min9 eſt quadratis, quæ fiunt â lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo, & ab

Digitized by Google

ab uno latere quæ ſunt circa angulum acutum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope angulũ obtusũ *prop.13 l.2.*

14. Angulus ſemi circuli BAC vel CBA fig. 13. quovis acuto major, reliquis autem minor eſt. *l.3.p 16.*

15. In circulo angulus ABC fig. 14. ad centrũ duplex eſt anguli A D C ad peripheriã cũ fuerit eadẽ peripheria A C baſis angulorum *l.3 p. 20.*

16. In circulo qui in eod. ſegmento ſunt anguli A B C, A D C, fig. 15 ſunt inter ſe æquales *prop. 21.*

17. In circulo angulus, qui in ſemicirculo A B C fig. 16 rect⁹ eſt; qui autẽ in majori ſegmẽto D C F minor, & qui in minori ſegmendo D G F major eſt recto; Et angulus majoris ſegmenti A D F recto major, minori G D F minor, angulus v. contactus B C H, vel F C I omnibus rectilineis minor eſt *pr.31.*

18. In triangulo plano A B C fig. 17 parallela D E baſi B C crura ſecat proportionaliter *l. 6.prop. 2.*

19. Omnes anguli cujusq; planæ rectilineæ figuræ ſimul ſumpti æquantur bis tot minus quatuor rectis angulis quot angulorum ſunt ipſæ figuræ. Angulos ergo rectos figuræ alicuius numeraturus duplicabis numerum angulorum ejus, & â ſumma abijcies quatuor, reſiduum docebit quot rectos angulos habeat. v.g. in Triangulo bis tres Anguli recti ſunt ſex, auffer quatuor remanent duo anguli recti, his æquantur tres anguli in Triangulo. Ita in ſ. xangnlo bis ſex ſunt 12, auffer quatuor & remanent 8 anguli recti.

20. Si plura Triangula comparentur, Triangula æquangula habent latera circa æquales angulos proportionalia. *Eucl. l. 6. prop 4.*

21 Si

21. Si plura triangula plana comparentur & rectis parallelis interſecentur ſegmenta ſunt proportionalia *l. 6. pr. 2. vid. fig. 17.*

CAP. 5. Geometriæ tertium Trigonometriæ.

Regulæ Triangulorum ſphæricorum itidem inſervientes ijs caſibus, qui ſine operoſa ſinuum tangentium & ſecantium calculo abſolvi poſſunt.

Regula 1. Maximus ſphæræ circulus tranſiens per polos alterius maximi circuli ſecat eum ad angulos rectos. Quomodocunq; autem eum ſecet aut ad angulos rectos aut duobus rectis æquales ſecat.

2. Trianguli Sphærici ABC fig. 1. crura AB, AC, continuata ex baſi BC donec iterum concurrant in D, ſemicirculi fiunt, & efficiunt in concurſu angulum BDC oppoſito angulo *B*AC æqualem, adeoq; Triangulum *B*DC habens æqualem angulum, D, baſim communem *B*C, & duo latera D*B*, DC priorum laterum A*B*, AC complementa ad ſemicirculum.

3. Trianguli ſphærici v. g. A*B*C fig. 2. latera in angulos & contra permutari poſſunt: complementis ad ſemicirculum prolatere & angulo maximo hinc inde ſumptis. Adeoq; (Si praxis calculi Trigonometrici commodior acciderer) ſi pro datis lateribus darentur anguli vel pro angulis latera; licebit angulos acutos CA*B*, AC*B* vel ſi obtuſi ſunt ut A*B* C, corũ complementa ad ſemicirculum C*B*E pro lateribus accipere & quærere talibus lateribus correſpondentes angulos vel contra. Vide figuram citatam.

4. Tri-

4. Triangulum ſphæricum rectangulum B A C fig 3. cum duobus acutis A B C, A C B habet ex angulo recto oppoſitum ſibi triangulum rectangulum B C D, cum duobus obtuſis D B C, D C B & contra.

5. Trianguli ſphærici rectanguli cum duobus acutis latera ſingula ſunt quadrantibus minora.

6. Trianguli ſphærici rectanguli cum duobus obtuſis latera duo ſunt quadrantibus majora, tertium, quadrante minus. Utrunq; patet ex fig. 3.

7. Triangulo ſphærico rectangulo fig. 4, cum acuto A C B & obtuſo A B C opponitur ex acuto triangulum rectangulum A D C cum duobus acutis A B D, C A B.

8 Trianguli ſphærici latera ſunt vel arcus circulorum maximorum ſigillatim ſemicirculo minores, ut in Triangulo A B D, ejuſdem fig. 4 aut minoribus oppoſiti, ut A C B.

9. Trianguli ſphærici plures uno rectos habentis, latera rectos ſubtendentia ſunt quadrantes.

10. Si Trianguli Sphærici duos rectos habentis tertius angulus ſit acutus, tertium latus eſt quadrante minus; ſin obtuſus, majus.

11. Triangulo Sphærico purè acutangulo opponitur Triangulum Sphæricum, cum duobus obtuſis, & uno acuto & contra.

12. Triangulo ſphærico purè obtuſangulo opponitur Triangulum ſphæricum cum duobus acutis & uno obtuſo & contra.

13. Trianguli Sphærici cujuscunq; tres anguli ſunt duobus rectis majores.

CAP. 6. *Geometriæ quartum Trigonometriæ.*

In quo Regulæ Trigonometricæ ſpeciales, quas Pitiſcus Axiomata vocat pro omnibus caſibus Triangulorum rectilineorum, quæ immediatè calculo ex tabulis ſinuum & regulâ proportionum abſolvuntur.

Reg. 1. In quovis triangulo rectilineo rectāgulo quodvis latus pro radio ſumi poteſt. hoc modo, ut dicatur, Ut ſinus totus ſive radius ad Hypotenuſam A B, ita ſinus anguli ſibi oppoſiti ad laterum reliquorum quodvis & contra, vel, ut ſinus totus vel radius ad latus comprehendens angulum rectum A C, vel B C, fig. 1. hujus capitis, ita tangens anguli ad hoc latus ſiti ad latus alterum, & contra.

2. In omni Triangulo rectilineo v. g. A *B* C fig. 2. latera ſe habent ad invicem ut ſinus angulorum ipſis oppoſitorum. Ex figurâ apparet habere ſe ut chordas, at harum medietates ſunt ſinus dimidiorum arcuum quibus chordæ ſunt ſubtenſæ. Sumuntur autem (adeoq; in circulo etiam proveniunt) in angulis obtuſis (qui in tabulis ſinuum proprium ſinum non habent.) Sinus complementorum eorund. ad duos rectos. Cautione itaq; opus eſt ut vel ex accurata deſcriptione Trianguli ſolvendi vel ex circumſtantijs notum ſit ſaltem in genere ſitne angulus ille (datus aut inveſtigandus) acutus vel obtuſus.

3. In omni Triangulo rectilineo (v. g. A *B* C) cujus duo latera A C, *B* C cum angulo quem comprehendunt nota ſunt, ut ſumma duorum laterum ad differentiam eorundem, ita tangens medietatis ſummæ duorū angu-

angulorum oppoſitorum ad tangentem differentiæ infrà vel ſupra dimidium. Praxis eſt talis. Primò latera illa A C *B* C ad ſe mutuò addantur, ſumma ponatur in reg. proportionum primo loco. Deindè ab invicem ſubtrahãtur, differentia ponatur loco ſecundo. Angulus datus A *B* C, ſubtrahatur à ſemicirculo. tangens medietatis reſidui ponatur loco tertio. Numerus proveniens quæratur inter tangentes, Gradus in ſummitate & minuta in latere correſpondentia, differentia illa ſũt quæ medietati illi addita exhibet ex angulis reliquis majorem A *B* C ſubtracta minorem *B* A C; quibus ita cognitis latus tertium ex regula antecedente haberi poteſt.

4. In omni Triangulo rectilineo v. g. A *B* C fig. 4. & 5 ut *B*aſis A *C* ad ſummam reliquorum laterum A *B*. *B C*, ita differẽtia reliquorum laterum ad rectam, in cujus differentiam à baſi dimidiatam cadit perpendicularis, idq; intrà Triangulum, ſi illa recta quæ provenit major eſt baſi. extrà, ſi minor. Latus *B C* in quod cadere debet perpendiculum ponitur in reg. proportionis primo loco, duorum reliquorum laterum ſumma & differentia ponitur loco ſecundo & tertio. Numerus proveniens D *C*, ſi minor eſt baſi (ut in ſchemate primo) ſubtrahitur ab ea, reſidui *B D* dimidium ſolum dabit *B* E. additum ad D *C* dabit E C, atq; ita duo habeo Triangula A *B* E, A E *C* juxtà antecedentes regulas ſolubilia. Sin major eſt ille numerus proveniens (ut in ſchemate ſecundo) ſubtrahitur ab illo baſis *B E*. & reſtat *B* D. hujus dimidium eſt D E vel E *C*, hoc adjectum ad baſin *B C*, efficit E C, & fiunt iterum duo triangula rectangula A D E & A C E ſolvenda ulterius ex regula prima.

CAP. 7. Geometriæ quintum Trigonometriæ

Regulæ Trigonometricæ ſpeciales pro omnibus caſibus Triangulorum ſphæricorum, quæ ex tabulis ſinuum tangentium & ſecantium immediatè ſolvi poſſunt.

Reg. 1. In Triangulis ſphæricis rectangulis acutum ad baſes eundem habentibus ſinus hypotenuſæ (lateris rectum angulum ſubtendentis) & perpendiculorum (i. e. laterum rectum angulum comprehendentium) ſunt inter ſe proportionales: id eſt:

ut ſinus *B* - ad ſinũ A *C* ita Sinus $\left\{\begin{matrix} C \\ - \\ A \end{matrix}\right\}$ ad ſinum $\left\{\begin{matrix} AB \\ \\ BC. \end{matrix}\right.$

2. In Triangulis ſphæricis rectangulis acutum ad baſin eundem habentibus.

Sinus baſium & tangentes perpendiculorum omnes ſunt inter ſe proportionales. id eſt ut ſinus *B* E ad tangentem D E. ita Sinus A *B* ad Tangentem A *C* & contrà.

3. Sinus laterum ſinibus oppoſitorum angulorũ ſunt directè proportionales: id eſt ut ſinus anguli ad ſinum lateris ſibi oppoſiti, ita ſinus lateris alterius ad ſinum alterius anguli & contrà.

4. Commodiſſimè comprehenditur ipſo præcepto ſive praxi. Si occurrat Triangulum ſphæricum in quo cognita ſunt vel duo latera (ſigillatim quadrantibus minora) unâ cum angulo quem comprehendunt, quæritur autem latus angulo noto ſubtenſum: vel cognita ſunt omnia tria latera, quæritur autem angulus duobus lateribus ſigillatim quadrante minoribus comprehenſus

ſus; tunc addantur inter ſe primò, latera duo nota, deinde complementum majoris lateris ad latus minus*. Prioris ſummæ (ſi ſcilicet quadrante minor ſit) complementi ſinus ſubtrahatur, ſin major ſit, exceſſus addatur ſinui aggregati poſterioris. Numerus proveniens dimidietur; tertio quæratur Anguli (ſi quidem illo cognito latus quæratur) ſinus verſus, lateris vero (ſi illo cognito angulus quæratur) ſinus complementi ſi min⁹, ſinus exceſſus, ſi majus ſit quadrante. Tandem per regulam proportionum ita dicatur. Ut ſinus totus ad medietatem illius vel ſummæ vel reſidui dicti. ita ſin⁹ verſus anguli dati ad numerum qui ſubtractus ab aggregato poſteriori, relinquit ſinum complementi tertij lateris, vel de quo (ſi ſinus major eſt) idem aggregatum ſubtractum, relinquit ſinum arcus quo latus tertiū quadrantem excedit.

Si vero lateribus omnibus cognitis quæratur angulus duobus illis lateribus (quæ anteà addita ſunt) comprehenſus, tum lateris illi angulo oppoſiti (ſi quadrante minus ſit) ſinus complementi ſubtrahatur, ſinus exceſſus addatur ſinui aggregati poſterioris & per regulā proportionum ita dicatur: Ut medietas illa ad radium, ita numerus modo procreatus ad ſinum verſum anguli duobus lateribus comprehenſi.

NB. *Si in tali Triangulo angulus datus ſit rectus, prorſus nullâ vel multiplicatione vel diviſione opus eſſe, praxis ipſa docebit. Et hinc fluunt potiſſimùm compendia proſthapharetica de quibus aliquid cap. ſeq.*

CAP. 8. Geometriæ ſextum Trigonometriæ

De uſu

Digitized by Google

De uſu harum regularum & compendijs.

Reg. 1. Omnia Triangula in quibus tria (ex lateribus vel angulis) ſunt præcognita ex regulis anteced. ſolvi poſſunt, excepto, ſi in rectilineis tantum tres anguli dentur, ibi in lateribus non magnitudo determinata elici poteſt, ſed tantum proportio, quam ad invicem habent, quæ eadem eſt cum proportione ſinuum vel chordarum gradibus illorum angulorum reſpondentium. Vide fig. hujus capitis. 1.

2. Triangula rectilinea rectangula pertinent ad regulam primam rectilineorum; obliquangula in quibus angulus notus lateri noto opponitur ad ſecundam, vel per reductionem ad rectangula, demittendo perpendicularem, iterum ad primam; in quibus angulus notus à duobus lateribus cognitis comprehenditur ad tertiam; in quibus tria latera cognita & nullus angulus ad quartam.

3. In Triangulis ſphæricis antequam ſolutionem aggrediamur, videndum potiſſimum eſt, an non latus cognitum unum, vel etiam alterum ſit quadrante fig. 2 & 3 majus. Hic enim niſi reliqua duo latera utraq; cognita & ſigillatim quadrante minora ſint, & angulũ vel ipſum notum vel lateri noto oppoſitum comprehendant, (ut fit in exemplis ad quartam Sphæricorum pertinentibus) reductio inſtituenda eſt, vel continuando latera usq; ad ſemicirculos & loco laterum trianguli dati ſumenda eorum complementa, vel demittendo perpendicularem.

4. De demiſſione perpendicularis (quæ non tãtum in caſu dicto ſed aliis etiam ut mox patebit uſum habet) hæc eſto regula: quòd ipſa ſemper angulo

jam

jam cognito, angulus verò rectus quem efficit, lateri ja cognito opponi debeat. Alias fruſtra erit. vide fig. 4.

5. Triangula rectangula in quibus vel inter præcognita vel quæſita eſt hypotenuſa ſeu latus rectum angulum ſubtendens (excepto caſu regulæ quartæ ſphæricorum cap. 5 vide mox Reg. 7.) pertinent ad regulā primam ſphæricorum. reliqua, hoc eſt ubi nec rectus angulus nec latus illi reſpondens inter quæſita vel data eſt, ad ſecundam ſphæricorum.

6. Obliquangula ſphærica in quibus inter præcognita eſt latus quadrante minus angulo præcognito oppoſitū & quæritur vel latus angulo item præcognito, aut angulus lateri item præcognito, quadrante minori oppoſitus, niſi demiſſione perpendicularis ad rectangulum revocetur, pertinent ad regulam Sphæricorum tertiam.

7. Triangula ſive rectangula ſive obliquangula in quibus præcognita dantur duo latera quadrante ſigillatim minora angulum notum comprehendentia; quæritur a. hypotenuſa, vel datis tribus lateribus quæritur angulus duobus lateribus notis quadrante ſigillatim minoribus comprehenſus, pertinent ad regulam ſphæricorum quartam.

8. Reliqua Triangula Sphærica in hiſce regulis non comprehenſa (ut ſunt in quibus præter unicum caſum regulæ antecedentis latus cognitum eſt quadrante majus ut fig. 5. item in quibus anguli & latera præcognita non ſibi invicem ſunt oppoſita ſed tantum adjacentia, ut fig. 6) reductione prius opus habent ad triangula immediatè ſolubilia, videlicet vel continuatione laterum, vel demiſſione perpendicularis ut dictum.

 Imò

nos apud Durerum, Dn. Schwendterum anteceſſorem meum laudatiſſimum, & alios. Unum modum eumq; ſimpliciſſimum ferè, poſui ultimo loco inter figuras capitis primi. Ubi beneficio duorum tantum centorũ linea cochlearis incedit per perpuncta *b*, *c*, *d*, *e*, *f*, *g*, & â *g* viciſſim per *f*, *e*, *d*, *c*, *b*. Nunc unum adhuc adiiciemus illi ferè, ſimilem hoc tamen diverſi habentẽ, quòd plura cẽtra uſurpet, nec ut ibi â minori ſed â majori peripheriæ parte initium faciat, regreſſu etiam ad vitandam confuſionem omiſſo. Circulus intra cujus ambitum cochlea deſcribenda eſt per tres diametros dividatur in partes æpuales ſex (majorem ἀκρίβειαν ſectaturus in plures poſſet) A, B, C, D, E, F. Et in quavis ſemidiametro capiatur modico intervallo â centro *g*, alia adhuc quaſi-centra, *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n*. fixo deinde circini altero pede in *h*, altero extenſo ad A, deſcribatur arcus *ao*, poſt hunc intervallo *io*, ducatur *op*, iterum intervallo *kp*, ducatur *pq* & ſic deinceps, donec pervenias vel ad ipſum centrum, vel ad terminum quem ipſe tibi præfixiſti, ita habebis lineam cochlearem, quam, ſi voles, toties poteris multiplicare quoties intervallum A *t* in partes ſenſibiles ſubdiviſibile fuerit. Ita ad intervallum *h u*, deſcribi poterit *u w*, ad intervallum *u w*, *w x* &c. itẽ ad intervallum *h y* arcus *y z*, & ſic deinceps, quouſq; placuerit.

31. *Latera quinq; corporum eidem ſphæræ datæ inſcriptibiliũ exponere.* Sphæræ datæ diameter A B. dividatur in partes duas in C, & inde tq. ex centro deſcribatur ſuper diametrum ſemicirculus: abſcindatur ejusd. diametri pars tertia in D, quinta in E, ducáturq; perpendiculares ad peripheriam C F, D G, E H, & â puncto concurſus earundẽ

randem cum peripheriâ ex punctis A & B rectæ A F, A G, B F, B G, B H. Deindè B H dividatur extremâ & mediâ ratione, ejusq; diviſionis major pars transferatur in lineam A H, & ſit H I, ducaturq; B I. Dividatur etiam B G extremâ ac mediâ ratione in K, ut major diviſionis pars ſit B K. His ita factis erit A F latus cubi, B I latus Icoſaëdri, B K latus Dodecaëdri. *Demonſtratio eſt apud Euclidem l. 13. prop. 18.*

32. *Corpora quinq; Regularia vel totidem globis materialibus inſcribere, vel ex laminis aut ſimili materia complicata conſtruere, vel in plano Ichnographicè & Orthographicè delineare ut beneficio Optices ita uti ſub viſum cadunt deſcribi poſſint.* Menſuratâ globi materialis diametro ut figura problèmatis antecedentis A B, exponantur latera ſingulis corporibus regularibus cõpetentia, & beneficio circini cujus crura introrſum curvata ſint transferantur in globum, deſcribanturq; ſuper iis baſes cuilibet competentes. Triangula ſcilicet contigua pro Tetraëdro quatuor pro Octaëdro octo, pro Icoſaëdro viginti, quadrata verò pro Hexaëdro ſeu cubo ſex, quinquagula pro Dodecaëdro duodecim. Ita corpora illa regularia globis ſuis materialibus inſcripta erunt. Similiter ſi totidem baſes ſibi invicem eo ordine, qui figurâ hujus probl. 2 & ſeqq. adumbratus eſt, contiguæ in plano complicabili deſcriptæ complicetur, ipſa corpora conſtituta erunt. Ubi tamen de figuris hiſce noſtris notetur, ſpacii redimendi cauſa ſemiſſes tantum laterum globo problematis antecedentis competentium aſſumtas eſſe, *pluribus tùm de his tùm de auctis & truncatis videri poſſunt, Dürerus & Stevinus in Geometrica.* Pro deſcriptione verò in plano Orthographica & Ichnographicâ, 1 ſuper latere

Digitized by Google

Tetraëdri deſcribatur triangulũ, ſuper Hexaëdri quadratum ſuper Dodecaëdri quinquangulum, ita fient veræ eorum Baſes. 2 Ex baſi octaedri deſcribatur quadratum & ex linea connectente angulos alternos Baſeos Dodecaëdri, & ex latere Icoſaëdri deſcribantur quinquangula. Tales Baſes in tribus hiſce figuris poſterioribus vocentur docendi gratiâ baſes earum majores; omnesq; tum hæ tum priores circumſcribantur circulis, uti factum fig. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 3. Circulorum circa ſingulas haſce figuras deſcriptorum diametri adaptentur circulo magno globi cui corpora iſthæc inſcribenda ſunt; trajectâ diametro globi per ſingulas ad angulos rectos. Hæ diametri globi cum Diametris baſeon dictarum, quas interſecant, & â quibus viciſſim interſecantur erectæ, ſuppeditabunt corporum horum Orthographiam. Ichnographiam vero ſuppeditabunt baſes, deſumtæ ex fig. 7. pro tetraëdro, ex 8 pro Hexaëdro ſeu cubo, ex 10 pro Octaëdro, ex 9 & 11. pro Dodecaëdro, ex 12 pro Icoſaëdro ut apparet fig. 14. 15 & ſequentibus. Coronidis quaſi loco tandem adjecta etiã eſt una & altera figura auctorum & truncatorum, quorum fundamenta deſcribendi, ex dictis non difficulter intelliguntur.

Caput tertium Geometriæ & primũ Trigonometriæ

Continens definitiones & declarationes terminorum Trigonometriæ propriorum.

Definitio 1. Trigonometria eſt ea pars Geometriæ quæ metitur Triangula & conſeqüenter ſaltem ex parte

te omnes tùm lineas tùm figuras planas & circulares pleraſq; etiã ſolidas quippe quæ in Triãgula reſolvũtur.

2. Triangulum ratione partium dividitur in tres lineas & tres angulos & pro horum diverſitate etiam in diverſas ſpecies.

3. Ut enim lineæ ſunt vel rectæ vel circula res vel mixtæ, & anguli vel rectilinei vel curvi linei vel mixti; itẽ vel recti vel obliqui, & hi vel acuti vel obtuſi, item anguli & latera inter ſe vel æqualia vel inæqualia. Ita triangulum eſt vel rectilineum vel ſphæricum vel mixtum. Rectilineum vel rectangulum vel obliquangulum, & hoc vel acutangulum vel obtusangulum, vel æquilaterum vel æquicrurum vel ſcalenum. *vid. cap. 1. & Eucl. inter definitiones l. 1.*

4. Triangulum ſphæricum aut eſt quadrantale, in quo vel unum ſaltem latus & angulus, vel duo vel tria quadratis (id eſt. 90 gradibus) æquantur, aut non quadrantale ubi omnia latera & anguli vel ſuperant nonaginta gradus vel ab illis ſuperantur.

5. Triangula mixta vel conſtant lineis in ſeſe mixtis ſeu irregularibus & talia ſub trigonometriam non cadunt niſi quatenus correctione quadam ad Triangula vel rectilinea vel ſphærica revocantur: vel conſtant ex lineis, quarum quædam ſunt rectæ quædam circulares. In his conſiderantur tùm arcus circulorum, tùm eorum ſubtenſæ: quæ ſunt vel chordæ vel ſinus, quo referuntur etiam Tangentes & ſecantes. vide figuram hujus capitis ubi D C L eſt chorda arcus D L.

6. Sinus duplex eſt; alius dicitur ſinus totus item radius ut A B, A D, AG, A I &c. alius partialis & hic vel rectus, qui ſemper intelligitur quando vox ſinus abſolutè

ſolutè ſine determinatione ponitur: ut DC (eſt ſinus) arcus DB, HB arcus GD, vel verſus ut CB arcus DB, GH arcus GD, CI arcus DGI.

7. Sinus Tangentes & ſecantes dicuntur vel ipſorum arcuum vel complementorum ſive ad 90 gradus quæ abſolutè complementa dicuntur, vel ad ſemicirculum aut 180 gradus. Ita HD eſt ſinus, GT tangens, AF ſecans complementi arcus BD, quia arcus GD cujus hi ſinus tangentes & ſecantes ſunt complentum eſt (abſolute dictum) arcus BD; arcus verò DI eſt complementum ejusdem arcus BD ad duos rectos ſeu ad 180 gradus, ſinus tangentes & ſecantes communes & eosdem habens cum arcu BD, cujus complementum eſt.

8. Menſurant autem hi ſinus tangentes & ſecantes, ſuos arcus; & arcus menſurant ſuos ſinus &c. Et hunc in finem conſtructæ ſunt tabulæ ſinuum &c: â diverſis authoribus de quibus infra. Nunc hoc ſciendum fundamenta tabulis illis majori ex parte ſuppeditari â figuris regularibus circulo inſcriptis. Logarithmorũ fundamentum tactum eſt in Arithmeticis in doctrinâ progreſſionum, reliqua ne hîc tractemus compendii Legibus prohibemur.

9. Fit etiam in Doctrinâ Angulorum (quamvis rarò in Trigonometriâ ſtrictè dicta) mentio Anguli ſegmenti, Anguli in ſegmento & Anguli contactus. vide fig. 16. capitis ſequentis.

Caput quartum Geometriæ, ſecundum Trigonometriæ.

In quo Regulæ Trigonometricæ, in ſervientes caſibus Triangularum Rectilineorũ qui ſine operoſo Sinuum Tangentium & ſecantium calculo abſolvi poſſunt.

Digitized by Google

Regula. 1. Triangulum æqualia habens tùm latera lateribus alterius trianguli, tùm angulum æqualibus lateribus comprehenſum, etiam baſin baſi & reliquos angulos reliquis angulis æquales habet *Eucl l. 1. pr. 4.*

2. In triangulo æquicruro ut A B (fig. 1. hujus capitis) anguli ab baſin A B C, A C B ſunt inter ſe æquales, & productis lateribus anguli B D C, B C E comprehenſi à productis & baſi, ſunt inter ſe æquales, adeoq; etiam Trianguli æquilateri omnes anguli ſunt inter ſe æquales & contra hoc eſt triangulum habens duos æquales angulos ad baſin eſt æquicrurum. *Eucl. l. 1. prop. 5. 6.*

3. Triangulum habens omnia tria latera tribus lateribus alterius trianguli æqualia, etiam angulos æqualibus lateribus comprehenſos æquales habent. v. g. angulum BAC angulo E D F *Eucl. l. 1. prop. 8. vide fig. 2. & 3.*

4. Recta A B vel A C, ſuper rectam C D conſiſtens aut duos rectos C A E, D A E, aut duobus rectis æquales angulos C A *B*, D A *B*, efficit *l. 1. p. 13.* adeoq; cognito alterutro, notus eſt & alter tanquam ejus complementũ ad duos rectos.

5. Duæ rectæ ſeſe mutuo ſecantes angulos ad verticem *B* æquales efficiunt. *Eucl. l. 1. pr. 15.*

6. Latere quovis v. g. A *B* Trianguli fig *6.* producto in D, efficitur angulus externus *C B* D major angulo oppoſito utrovis C A *B*, D C A, æqualis autem utriq; ſimul ſumpto, *Eucl. l. 1. pr. 16. 32.*

7. In omni Triangulo rectilineo tres anguli ſimul ſumpti ſunt duobus rectis æquales, adeoq; cognito uno cognita eſt ſumma reliquorum, cognitis duobus, & tertius. *Ibid. pr. 32.*

8. Triangulum habens vel duos angulos & unũ latus, vel duo latera & unum angulum alteri triangulo æqualia, & reliquos angulos & latera ei æqualia habet *pr. 26.*

9. Linea recta A *B* incidens in lineas rectas parellelas C D. C F, efficit angulos alternos A G D, G H F æquales & externum A G C interno & oppoſito E B G æqualem & internos & ad eaſdem partes C G H, E G H, duobus rectis æquales *pr. 29.*

10. Rectæ lineæ A *B*, CD quæ æquales & parallelas lineas A C, *B D* ad partes eaſdem conjungunt, & ipſæ æquales & parallelæ ſunt. *Idem l. 1. pr. 33.*

11. Triangula A *B* C, A *B* E, ſuper eâdem vel æquali baſi A *B* & in eiſdem parallelis EF, A G (ſeu ejusdem altitudinis) ſunt inter ſe æqualia, dimidia autẽ parallelogrammorum A C, A H. *Eucl. l. 1. pr. 37. 38.*

12. In rectangulis triangulis A *B* C quadratum hypotenusæ A C eſt æquale quadratis rectarum, angulum rectnm comprnqendentium l. 1. p. 47.

13. In obtuſangulis Triangulis *D* E F. fig. 11. Quadratum *D* H quod fit â latere angulum obtuſum ſubtendẽte, majus eſt quadratis, quæ fiunt â lateribus obtuſum angulum comprehendentibus, rectâgulo bis comprehenſo, & ab uno laterum quæ ſunt circa obtuſum angulũ, in quod cum protractum fuerit, cadit perpendicularis, & ab aſſumpta exterius linea ſub perpendiculari prope angulum obtuſum *pr. 12. l. 2.* In omnibus verò Triangulis v. g. H I K quadratum H L â latere angulum acutum H K I ſubtendente min9 eſt quadratis, quæ fiunt â lateribus acutum angulum comprehendentibus, rectangulo bis comprehenſo, &

ab

Digitized by Google

ab uno latere quæ ſunt circa angulum acutum, in quod perpendicularis cadit, & ab aſſumpta interius linea ſub perpendiculari prope angulũ obtusũ *prop. 13 l. 2.*

14. Angulus ſemi circuli BAC vel CBA fig. 13. quovis acuto major, reliquis autem minor eſt. *l. 3. p 16.*

15. In circulo angulus ABC fig. 14 ad centrũ duplex eſt anguli ADC ad peripheriã cũ fuerit eadẽ peripheria AC baſis angulorum *l. 3 p. 20.*

16. In circulo qui in eod. ſegmento ſunt anguli ABC, ADC, fig. 15 ſunt inter ſe æquales *prop. 21.*

17. In circulo angulus, qui in ſemicirculo ABC fig. 16 rect9 eſt; qui autẽ in majori ſegmẽto DCF minor, & qui in minori ſegmendo DGF major eſt recto; Et angulus majoris ſegmenti ADF recto major, minori GDF minor, angulus v. contactus BCH, vel FCI omnibus rectilineis minor eſt *pr. 31.*

18. In triangulo plano ABC fig. 17 parallela DE baſi BC crura ſecat proportionaliter *l. 6. prop. 2.*

19. Omnes anguli cujusq; planæ rectilineæ figuræ ſimul ſumpti æquantur bis tot minus quatuor rectis angulis quot angulorum ſunt ipſæ figuræ. Angulos ergo rectos figuræ alicuius numeraturus duplicabis numerum angulorum ejus, & â ſumma abijcies quatuor, reſiduum docebit quot rectos angulos habeat. v. g. in Triangulo bis tres Anguli recti ſunt ſex, auffer quatuor remanent duo anguli recti, his æquantur tres anguli in Triangulo. Ita in ſexangulo bis ſex ſunt 12, auffer quatuor & remanent 8 anguli recti.

20. Si plura Triangula comparentur, Triangula æquangula habent latera circa æquales angulos proportionalia. *Eucl. l. 6. prop 4.*

21. Si plura triangula plana comparentur & rectis parallelis interſecentur ſegmenta ſunt proportionalia *l. 6. pr. 2. vid. fig. 17.*

CAP. 5. Geometriæ tertium Trigonometriæ.

Regulæ Triangulorum ſphæricorum itidem inſervientes ÿs caſibus, qui ſine operoſo ſinuum tangentium & ſecantium calculo abſolvi poſſunt.

Regula 1. Maximus ſphæræ circulus tranſiens per polos alterius maximi circuli ſecat eum ad angulos rectos. Quomodocunq; autem eum ſecet aut ad angulos rectos aut duobus rectis æquales ſecat.

2. Trianguli Sphærici ABC fig. 1. crura AB, AC, continuata ex baſi BC donec iterum concurrant in D, ſemicirculi fiunt, & efficiunt in concurſu angulum BDC oppoſito angulo *B*AC æqualem, adeoq; Triangulum *B*DC habens æqualem angulum, D, baſim communem *B*C, & duo latera D*B*, DC priorum laterum A*B*, AC complementa ad ſemicirculum.

3. Trianguli ſphærici v. g. A*B*C fig. 2, latera in angulos & contra permutari poſſunt: complementis ad ſemicirculum prolatere & angulo maximo hinc inde ſumptis. Adeoq; (Si praxis calculi Trigonometrici commodior accideret) ſi pro datis lateribus darentur anguli vel pro angulis latera; licebit angulos acutos CA*B*, AC*B* vel ſi obtuſi ſunt ut A*B* C, eorũ complementa ad ſemicirculum C*B*E pro lateribus accipere & quærere talibus lateribus correſpondentes angulos vel contra. Vide figuram citatam.

4. Tri-

4. Triangulum ſphæricum rectangulum B A C fig 3. cum duobus acutis A B C, A C B habet ex angulo recto oppoſitum ſibi triangulum rectangulum B C D, cum duobus obtuſis D B C, D C B & contra.

5. Trianguli ſphærici rectanguli cum duobus acutis latera ſingula ſunt quadrantibus minora.

6. Trianguli ſphærici rectanguli cum duobus obtuſis latera duo ſunt quadrantibus majora, tertium, quadrante minus. Utrunq; patet ex fig. 3.

7. Triangulo ſphærico rectangulo fig. 4, cum acuto A C B & obtuſo A B C opponitur ex acuto triangulum rectangulum A D C cum duobus acutis A B D, C A B.

8 Trianguli ſphærici latera ſunt vel arcus circulorum maximorum ſigillatim ſemicirculo minores, ut in Triangulo A B D, ejuſdem fig. 4 aut minoribus oppoſiti, ut A C B.

9. Trianguli ſphærici plures uno rectos habentis, latera rectos ſubtendentia ſunt quadrantes.

10. Si Trianguli Sphærici duos rectos habentis tertius angulus ſit acutus, tertium latus eſt quadrante minus; ſin obtuſus, majus.

11. Triangulo Sphærico purè acutangulo opponitur Triangulum Sphæricum, cum duobus obtuſis, & uno acuto & contra.

12. Triangulo ſphærico purè obtuſangulo opponitur Triangulum ſphæricum cum duobus acutis & uno obtuſo & contra.

13. Trianguli Sphærici cujuscunq; tres anguli ſunt duobus rectis majores.

CAP. 6. *Geometriæ quartum Trigonometriæ.*

In quo Regulæ Trigonometricæ ſpeciales, quas Pitiſcus Axiomata vocat pro omnibus caſibus Triangulorum rectilineorum, quæ immediatè calculo ex tabulis ſinuum & regulâ proportionum abſolvuntur.

Reg. 1. In quovis triangulo rectilineo rectãgulo quodvis latus pro radio ſumi poteſt. hoc modo, ut dicatur.

Ut ſinus totus ſive radius ad Hypotenuſam A B, ita ſinus anguli ſibi oppoſiti ad laterum reliquorum quodvis & contra. vel, ut ſinus totus vel radius ad latus comprehendens angulum rectum A C, vel B C, fig. 1. hujus capitis. ita tangens anguli ad hoc latus ſiti ad latus alterum, & contra.

2. In omni Triangulo rectilineo v. g. A *B* C fig. 2. latera ſe habent ad invicem ut ſinus angulorum ipſis oppoſitorum. Ex figurâ apparet habere ſe ut chordas, ac harum medietates ſunt ſinus dimidiorum arcuum quibus chordæ ſunt ſubtenſæ. Sumuntur autem (adeoq; in circulo etiam proveniunt) in angulis obtuſis (qui in tabulis ſinuum proprium ſinum non habent.) Sinus complementorum eorund. ad duos rectos. Cautione itaq; opus eſt ut vel ex accurata deſcriptione Trianguli ſolvendi vel ex circumſtantijs notum ſit ſaltem in genere ſitne angulus ille (datus aut inveſtigandus) acutus vel obtuſus.

3. In omni Triangulo rectilineo (v. g. A *B* C) cujus duo latera A C, *B* C cum angulo quem comprehendunt nota ſunt, ut ſumma duorum laterum ad differentiam eorundem, ita tangens medietatis ſummæ duorũ angu-

angulorum oppoſitorum ad tangentem differentiæ infrà vel ſupra dimidium. Praxis eſt talis. Primò latera illa A C *B* C ad ſe mutuò addantur, ſumma ponatur in reg. proportionum primo loco. Deindè ab invicem ſubtrahâtur, differentia ponatur loco ſecundo. Angulus datus A *B* C, ſubtrahatur à ſemicirculo. tangens medietatis reſidui ponatur loco tertio. Numerus proveniens quæratur inter tangentes, Gradus in ſummitate & minuta in latere correſpondentia, differentia illa sũt quæ medietati illi addita exhibet ex angulis reliquis majorem A *B* C ſubtractâ minorem *B* A C. quibus ita cognitis latus tertium ex regula antecedente haberi poteſt.

4. In omni Triangulo rectilineo v. g. A *B* C fig. 4. & 5 ut *B*aſis A *C* ad ſummam reliquorum laterum A *B*. *B* *C*, ita differẽtia reliquorum laterum ad rectam, in cujus differentiam â baſi dimidiatam cadit perpendicularis, idq; intrà Triangulum, ſi illa recta quæ provenit major eſt baſi, extrà, ſi minor. Latus *B* *C* in quod cadere debet perpendiculum ponitur in reg. proportionis primo loco, duorum reliquorum laterum ſumma & differentia ponitur loco ſecundo & tertio. Numerus proveniens D *C*, ſi minor eſt baſi (ut in ſchemate primo) ſubtrahitur ab ea, reſidui *B* *D* dimidium ſolum dabit *B* E. additum ad D *C* dabit E C, atq; ita duo habeo Triangula A *B* E, A E *C* juxtâ antecedentes regulas ſolubilia. Sin major eſt ille numerus proveniens (ut in ſchemate ſecundo) ſubtrahitur ab illo baſis *B* *E*. & reſtat *B* D. hujus dimidium eſt D E vel E *C*, hoc adjectum ad babaſin *B* *C*, efficit E C, & fiunt iterum duo triangula rectangula A D E & A C E ſolvenda ulterius ex regula prima.

CAP. 7. Geometriæ quintum Trigonometriæ.

Regulæ Trigonometricæ ſpeciales pro omnibus caſibus Triangulorum ſphæricorum, quæ ex tabulis ſinuum tangentium & ſecantium immediatè ſolvi poſſunt.

Reg. 1. In Triangulis ſphæricis rectangulis acutum ad baſes eundem habentibus ſinus hypotenuſæ (lateris rectum angulum ſubtendentis) & perpendiculorum (i. e. laterum rectum angulum comprehendentium) ſunt inter ſe proportionales: id eſt:

ut ſinus *B* ad ſinũ A *C* ita Sinus $\left\{\begin{matrix} C \\ - \\ A \end{matrix}\right\}$ ad ſinum $\left\{\begin{matrix} AB \\ \\ BC. \end{matrix}\right.$

2. In Triangulis ſphæricis rectangulis acutum ad baſin eundem habentibus.

Sinus baſium & tangentes perpendiculorum omnes ſunt inter ſe proportionales. id eſt ut ſinus *B* E ad tangentem D E. ita Sinus A *B* ad Tangentem A C & contrà.

3. Sinus laterum ſinibus oppoſitorum angulorũ ſunt directè proportionales: id eſt ut ſinus anguli ad ſinum lateris ſibi oppoſiti, ita ſinus lateris alterius ad ſinum alterius anguli & contrà.

4. Commodiſſimè comprehenditur ipſo præcepto ſive praxi. Si occurrat Triangulum ſphæricum in quo cognita ſunt vel duo latera (ſigillatim quadrantibus minora) unâ cum angulo quem comprehendunt, quæritur autem latus angulo noto ſubtenſum: vel cognita ſunt omnia tria latera, quæritur autem angulus duobus lateribus ſigillatim quadrante minoribus comprehenſus:

ſus; tunc addantur inter ſe primò, latera duo nota, deinde complementum majoris lateris ad latus minus. Prioris ſummæ (ſi ſcilicet quadrante minor ſit) complementi ſinus ſubtrahatur, ſin major ſit, exceſſus addatur ſinui aggregati poſterioris. Numerus proveniens dimidietur; tertio quæratur Anguli (ſi quidem illo cognito latus quæratur) ſinus verſus, lateris vero (ſi illo cognito angulus quæratur) ſinus complementi ſi min⁹, ſinus exceſſus, ſi majus ſit quadrante. Tandem per regulam proportionum ita dicatur. Ut ſinus totus ad medietatem illius vel ſummæ vel reſidui dicti. ita ſinꝰ verſus anguli dati ad numerum qui ſubtractus ab aggregato poſteriori, relinquit ſinum complementi tertij lateris, vel de quo (ſi ſinus major eſt) idem aggregatum ſubtractum, relinquit ſinum arcus quo latus tertiũ quadrantem excedit.

Si vero lateribus omnibus cognitis quæratur angulus duobus illis lateribus (quæ anteà addita ſunt) comprehenſus, tum lateris illi angulo oppoſiti (ſi quadrante minus ſit) ſinus complementi ſubtrahatur, ſinus exceſſus addatur ſinui aggregati poſterioris & per regulã proportionum ita dicatur: Ut medietas illa ad radium, ita numerus modo procreatus ad ſinum verſum anguli duobus lateribus comprehenſi.

NB. *Si in tali Triangulo angulus datus ſit rectus, prorſus nullâ vel multiplicatione vel diviſione opus eſſe, praxis ipſa docebit. Et hinc fluunt potiſſimùm compendia proſthaphæretica de quibus aliquid cap. ſeq.*

CAP. 8. Geometriæ ſextum Trigonometriæ

De uſu

jam cognito, angulus verò rectus quem efficit, lateri ja cognito opponi debeat. Alias fruſtra erit. vide fig. 4.

5. Triangula rectangula in quibus vel inter præcognita vel quæſita eſt hypotenuſa ſeu latus rectum angulum ſubtendens (excepto caſu regulæ quartæ ſphæricorum cap. 5 vide mox Reg. 7.) pertinent ad regulã primam ſphæricorum. reliqua, hoc eſt ubi nec rectus angulus neclatus illi reſpondens inter quæſita vel data eſt, ad ſecundam ſphæricorum.

6. Obliquangula ſphærica in quibus inter præcognita eſt latus quadrante minus angulo præcognito oppoſitũ & quæritur vel latus angulo item præcognito, aut angulus lateri item præcognito, quadrante minori oppoſitus, niſi demiſſione perpendicularis ad rectangulum revocetur, pertinent ad regulam Sphæricorum tertiam.

7. Triangula ſive rectangula ſive obliquangula in quibus præcognita dantur duo latera quadrante ſigillatim minora angulum notum comprehendentia; quæritur a. hypotenuſa, vel datis tribus lateribus quæritur angulus duobus lateribus notis quadrante ſigillatim minoribus comprehenſus, pertinent ad regulam ſphæricorum quartam.

8. Reliqua Triangula Sphærica in hiſce regulis non comprehenſa (ut ſunt in quibus præter unicum caſum regulæ antecedentis latus cognitum eſt quadrante majus ut fig. 5. item in quibus anguli & latera præcognita non ſibi invicem ſunt oppoſita ſed tantum adjacentia, ut fig. 6) reductione prius opus habent ad triangula immediatè ſolubilia, videlicet vel continuatione laterum, vel demiſſione perpendicularis ut dictum.

Imò poſteriori hoc modo etiã compendij gratia in exemplis alias ad tertiam & quartam Sphæricorum pertiuentibus uti licet.

9. Si occurrat Triangulum in quo data quidem ad hanc vel illam regulam conveniunt, quæſita non item, prius quæratur id quod illa ſuppeditãt, quamvis præcipuè non quæratur, & ſuppeditabuntur etiam principia immediata ad id quod quæritur inveniendũ.

10. Diviſionis Arithmeticæ in Trigonometria valdè moleſtæ compendium facit ſinus totus primo loco juxta proportionis regulam poſitus (diviſio enim per ſinum totum perficitur nudâ abjectione tot figurarũ quot ſinus totus ſiphras continet, cum fractiones nihil hîc habeant momenti) idq; (niſi ipſis regulis cap. antecedente traditis immediatè præceptum videatur) hâc ratione: ſi primo loco ſit ſinus vel tangens vel ſecans, ſecundo vel tertio ſinus totus, tunc in locum ſinus illius loco primo conſtituti ſubſtituatur ſecans complementi, in locnm tangentis tangens complementi, in locum ſecantis ſinus complementi, translatoq; tali numero in locum ſecundum ſinus totus in primum locum reducatur. Si nuſquam ſinus totus poſitus ſit, triangulum quod ſolvendum ſuſceptum eſt demiſſione perpendicularis reducatur ad duo rectangula, & in omnibus operationibus ſinus totus ita reducibilis offeretur.

11. Si primo loco ſit numerus vulgaris, ſecundo aut tertio ſinus totus, tunc numerus ille quæratur inter ſinus & tractetur ita, ut ſinus hoc loco tractari præcipitur id eſt quæratur ſecans complementi numero illi tanquàm ſinui reſpondens: ſi verò nimis ſit exiguus & minor quàm ut in tabulis ſinuũ inveniri poſſit, tunc

vel

vel reductione ſuperſederi poteſt, (cum difficultatem non magnam pariat) & exemplum iuxta regulas vulgares perfici. vel poterit augeri tot ſiphris quod ſufficiant ut inter ſinus locum habere poſſit, & in fine producto totidem notæ viciſſim vel addantur vel auferãtur pro ratione datorum, quot ſiphræ adjectæ fuerant.

12. Non diviſionis tantùm ſed multiplicationis etiam compendium facit proſthphæreſis Trigonometrica & Logarithmica. Proſthphæreſis præcipuè locũ habet jis in caſibus ubi primo loco eſt ſinus totus ſive radius, ſecundo & tertio ſinus (vel etiam tangentes & ſecantes notas habentes non plures quam ſunt ſiphræ ſinus totius arcuum particularium.) Tunc enim ſi quærantur arcuum reſpondentium ſinibus illis vel etiã tangentibus & ſecantibus pro ſinu acceptis complementa comprehendentia angulum rectum, conficitur propoſitum ex quarta ſphæricorum per ſolam additionem & Subtractionem. In alijs caſibus ſimilis proſthaphæreſis quidem etiam locum habet. Sed perplexiorem inexercitatis. Itaq; hoc loco à nobis prætermittitur. [*videri poteſt, Chriſt. Sever. Longom parte 1. Aſtr. Danic. & Clavius in Aſtrolabio.*

13. Logarithmorum ap. diverſos Authores variæ ſunt formæ & uſurpandi modi, quos quia ij ipſi authores ſimul docent ibi, ubi tradunt ipſos Logarithmos: Itaq; nos ſequemur h. l. eos, qui faciliori pretio præ reliquis parari videntur poſſe, & quorum praxis non brevis tantum eſt ſed & facilis; ejusmodi ſunt Logarithmi Briggij & Vlacci, poſteà etiã â Frobenio & Paul habero & nuper admodum Lugduni Batavorum â Philippo de Croy editi, de quibus unica eſt regula qua ſimpliciſſi-

pliciſſimè ad vulgatum calculum accommodari poſſunt: *Quicquid vi regularum capitibus duobus antecedentibus inter terminos regulæ proportionum poſitum eſt*, (ſive ſit numerus vulgaris, ſive ſinus, ſive tangens, ſive ſecans) *ejus loco ponatur Logarithmus in Tabulis juxta poſitus, & quæ in ſe invicem multiplicanda erant addantur; per quos dividendum erat, ſubtrahantur, & provenit Logarithmus correſpondens ei, qui vi operationis vulgaris provenire debuit, v. g. Logarithmus ſinus &c. ſi Logarithmus ſinꝰ Logarithmus numeri vulgaris, ſi numerus vulgaris provenire debuit.*

14. Hæc inquam operatio in omnibus caſibus ſequitur regulas ſupra traditas, exceptis caſibus ad regulam quartam Sphæricorum pertinentibus, ibi ſi dentur latera cũ angulo intercepto, exemplũ ſi ad Logarithmos transferre voles, ita tractabis, ut ubi occurrunt in operatione ſinus verſi arcuum quadrante majorum & ſimiles numeri, quibus propter nimiam magnitudinem nulli reſpondent Logarithmi, tum tales numeros dimidies, (vel ſi dimidiatio nõ ſufficiat in quatuor partes dividas) producti verò tanquam Logarithmis ſinuum verſorum reſpondentes ſinus numeros vulgares vel duplices: Vel majores ijs, qui in catlogo numerorũ vulgarium habentur quæras inter ſinus ubi Logarithmos ſibi competentes accipiant. &c.

15. Quando in quarta regula Sphæricorum datis tribus lateribus angulus quæritur, tunc primus & tertius numerus dimidiati, vel ſi opus ſit in quatuor diviſi, accipiant Logarithmos inter numeros vulgatos, productum erit Logarithmus quærendus inter Logarithmos ſinuum. Primus autem caſus qn. datis duobus lateribus & angulo, latus tertium quæritur, niſi

niſi pars proportionalis in minutis ſecundis negligatur, facilius per calculum vulgarem abſolvitur. Si a. Logarithmos adhibere placet, tum 2di & 3tij numeri Logarithmi quærendi erunt inter Logarithmos vel ſinuum vel numerorum vulgarium. productum a. inter Logarithmos ſinuum, ſi numeri majores ſint ſinus, aut ſi, (quod plerumq; accidit) metuendum ſit, ne in producto major numerus proveniat, quàm in Canone Logarithmorum inveniri poſſit, aut numeri vulgares in duas vel quatuor partes dividendi ſunt, ſinus producto reſpondens, contrario modo tractandus, hoc eſt iterum duplicandus vel quadruplicandus, aut modo vulgari tali caſu plerumq; faciliori procedendum erit.

Finis Trigonometriæ.

CAPVT VIII. in quo Problemmta Epipedometrica & Stereometrica potiora.

Regula 1. Quadrati area habebitur ſi latus ejus ducatur, ut loquimur, hoc eſt multiplicetur, in ſeipſum.

2. Area quadranguli rectanguli cujusq; invenitur, ſi bina latera (inæqualia) in ſe invicẽ multiplicẽtur.

3. Trianguli Rectanguli area invenitur, ſi duo latera rectum angulum comprehendentia, in ſe mutuo multiplicẽtur, ſumma dimidietur, vel quod idem eſt, ſi alterius initio ſtatim medietas in alterum integrum multiplicetur.

4. In reliquis triangulis demittatur ab aliquo angulorum perpendicularis in baſin oppoſitam. Hæc poſtea eâdem in baſin ut reg. antec. (totius in dimidiã aut dimidiæ in totam) multiplicatione, aream trianguli exhibebit.

5. Reliquæ figuræ rectilineæ reſolvantur in Triangula ex prop. 14. cap. 3. & ſingula tractentur ut modo dictum. Poſſunt a. ſemper bina Triangula ſuper unâ eâdemq; baſi conſtituta unicâ multiplicatione abſolvi, ſi tantũ eorum perpendiculares ſibi invicẽ addantur, ſum̃a dimidiata in baſin com̃unẽ multiplicetur.

6. Circuli area habetur, ſi medietas circumferentiæ iſtius in ſemidiametrum multiplicetur. Eſt a. proportio circumferentiæ ad diametrum paulò minor quám 22. ad 7. paulo major quantùm 223. ad 71 [*& hæc proportio in praxi ſufficit, accurata qua ſit, lis adhuc eſt inter Mathematicos, compendii legibus ſeſe non ſubijciẽs.*

7. Ellipſeos area æqualis eſt areæ circuli, cujus diameter eſt media Geometricẽ proportionalis inter diametron longiſſimâ & breviſſimam Ellipſeos.

8. Paraboles area æqualis eſt areæ trianguli cujus altitudo æqualis eſt altitudini paraboles & baſis ſeſquitertia baſeos ejuſdẽ.

9. Globi area quadrupla eſt areæ circuli maximi ejuſdem.

10. Coni Area ita habetur. Area baſeos circularis multiplicetur in lineam inclinationis A C. productum dividatur per ſemidiametrum A D. vel (ſi Conus rectangularis erit) duplicetur area, & producti radix quadrata itidem aream exhibebit.

11. Priſmatum, ut & Pyramidum areæ componuntur ex areis laterum, juxta propoſitiones antecedentes computatorum.

12. Cylnidrorum area naſcitur ductu ſive multiplicatione peripheriæ baſeos in altitudinem.

13. Soliditas v. cylindri ut & cubi & priſmatis cujuscunque perpendiculariter baſi inſiſtentis habetur multiplicando aream baſeos in altitudinem.

14. Coni & pyramidis ſoliditas habetur multiplicatione baſeos in tertiam partem altitudinis perpendicularis.

15. Corpora regularia reliqua Octaëdron, Dodecaëdron, Icoſaëdron, componuntur ex tot Pyramidibus æqualibus, quot habentur baſes, computata igitur una ejus modi Pyramide & & ſummâ multiplicatâ in numerum baſeon, habebitur magnitudo totius corporis.

16. Globi magnitudo ita habetur: ducatur area maximi circuli in diametrum. Hujus numeri duæ tertiæ oſtendunt ſoliditatem datæ ſphæræ.

FINIS.

Digitized by Google

DIRECTORII MATHEMATICI

LIBER TERTIUS

IN QVO CONTINETVR

SCIENTIÆ AD PARTEM MATHESEOS SPECIALEM PERTINENTES VIDELICET

ASTRONOMIA
GEOGRAPHIA
OPTICA
HARMONICA
MECHANICA

AUTHORE

M. ABDIA TREW MATH. ET PHYS. IN UNIVERSITATE ALTDORPHINA PR. P.

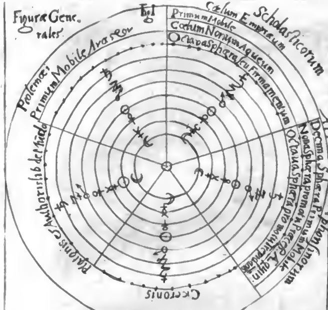
ALTDORFFI

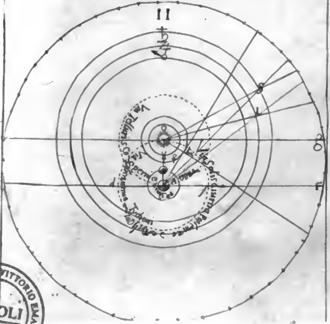
Typis GEORGI HAGEN Univerſitatis Typogr.

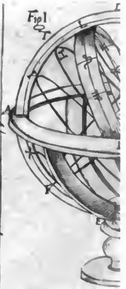
Digitized by Google

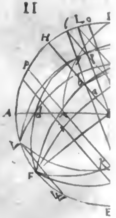
Digitized by Google

Digitized by Google





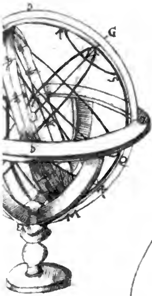


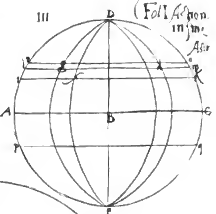


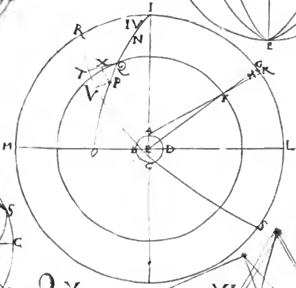
BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

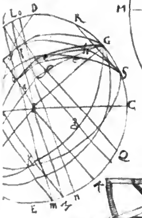
Digitized by Google

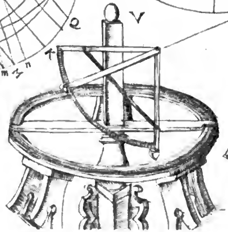
Figuræ partis Sphæricæ

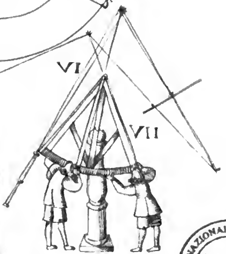












BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

COMPENDIUM ASTRONOMIÆ

Aſtronomia eſt ſcientia corporũ cœleſtium quatenus quanta & menſurabilia ſunt.

Corpora cœleſtia ſunt duplicia, quædam primo ſolo motu mobilia ab ortu ſcilicet in occaſum, quædam etiam ſecundo. Et hiſce reſpondent duæ Aſtronomiæ partes quarum prima primo motui reſpondens, vulgò vocatur Sphærica, quod uſurpet in docendo Sphæram armillarem, altera Theorica (nõ abſolutè ſcilicet hoc enim ſenſu utraq; Theorica eſt ſed) Planetarum ſeu ſecundorum mobilium quatenus talium.

In utrâq; conſideranda principia & affectiones per principia illa de corporibus cœleſtibus demonſtrabiles Idq; vel generaliter vel ſpecialiter. Generalis pars in illorum commemoratione; Specialis in applicatione ad ſingula corpora cæleſtia conſiſtit.

Partis Generalis caput I.

De Principiis Aſtronomiæ in genere, & in ſpecie de iis quæ ad partem Sphæricam *pertinẽt.*

Principia ſunt vel communia vel propria. Communia ſunt 1 purè Mathematica Geometrica ſcilicet & Arithmetica 2 Phyſica, 3 Geographica 4 è propria ſubjecti Naturâ ſenſuum beneficio deſumta. 5 Mechanica, hoc eſt Inſtrumenta ad obſervationes adhiberi ſolita. Per Geometrica & Arithmetica intelligitur quicquid ex abſtractis & puris Matheſeos partibus ad notitiã Aſtrorum aſſumitur. Eminent autem præ reliquis Trigonometria & Logiſtica sexagenaria. [*Et hæc ſunt inſtar Axiomatum in Aſtronomiâ.*

Phyſica principia ſunt. 1 Cæleſtia corpora reverà moveri, motu circulari, diverſo pro diverſitate regionum & corporum (*ab ortu in occaſum, ab occaſu in ortum, à Meredie verſus Septentrionem & viciſſim*) eoq; regulari. 2 Terram verò quieſcere, ſaltem ad ſenſum [*Hinc ipſi etiã Copernicani, quales ſunt hodiè plerīq; celeberrimorum Aſtronomorum, in apparentiis Solis reſpectu terræ deſcribendis motum Solis (ita ſcilicet apparentem quamvis reverâ terræ inſit) ſe deſcribere tradunt.*

Geographica principia ſunt 1 terram & aquam ſimul unum rotundum globum conſtituere; eumq; 2 ad pleraq; phænomena cæleſtia, præſertim quatenus in primo motu conſiderantur, inſtar puncti ſe habentem. [*Hæc inſtar poſtulatorum ſunt.*

Principia in ipſa Aſtronomiâ nata ſunt circuli, eorumq; partes & requiſita. [*vulgò vocantur Hypotheſes, & ſunt reverà reſpectu ejus qui δοκιμασίαν earum ex obſervationibus inſtituit. ſi autem ſcopum ſyſtema ſcientiæ Aſtronomicæ proponentis reſpicias, rectius ipſa quoq; poſtulata dici videntur. Nam in Hypotheſibus perinde eſt demonſtratori ſive concedantur ſive negentur. Si conceduntur habet quod vult, ſi negan-*

Digitized by Google

ter tùm aſſumta cùm hac negativa,(ſeu propoſitione propoſitioni ſuæ ipſius contradictoria) aliâ propoſitione manifeſtè v râ infertur concluſio manifeſtè falſa. Unde Euclides nullas Hypotheſes inter principia commemoravit; licet in curſu demonſtrationum ſæpè adhibuerit circulos autem in cælo concipere ſi negetur Aſtronomo, nihil demonſtrare poterit.

Circuli in Univerſum duplices ſunt; *primorũ & ſecũdorũ mobilium*. De circulis primorum mobilium primò ut agamus ii iterò duplices ſunt, principales & ſubordinati.

Principales ſunt decem: Æquator ſeu Æquinoctialis, Zodiacus, duo Coluri, Meridianus, Horizon, duo Tropici, & duo Polares. [vide Fig. 1.

Æquator eſt circulus magnus mobilis â polis mundi æquidiſtans. *P*oli autem Mundi duo ſunt Boreus ſeu Arcticus; nobis in parte Borea habitantibus, in parte cæli conſpicua extans, & Antarcticus ſeu Auſtralis huic oppoſitus.

Zodiacus eſt circulus magnus mobilis, æquatorem in duas partes obliquè interſecans, diviſus tùm ſecundum longitudinem, tùm ſecundum latitudinem. Secundum longitudinem quidem primo in genere ut omnes alii circuli in partes ſeu gradus 360, deinde in ſpecie in partes duodecim æquales quæ Græcis δωδεκατημόρια, latinis *ſigna* vocantur, his verſiculis contenta.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo
Libraq; Scorpius Arcitenens (Sagittarius) caper (capricornus)
Amphora (aquarius) piſces

[vocãtur ſignã â figuris ſive Aſteriſmis cæleſtibus eodẽ ordine ab occaſu verſus ortũ in cælo extantibus & hiſce partibus aliquo mo-

Digitized by Google

do reſpondentib⁹. Aliquo modo inquã, nõ exactè, quia quadã partẽ Zodiaci duo decimã nõ explent, quadã excedunt. Secundũ latitudinem, dividitur per Lineam mediam quæ vocatur *Ecliptica (inde quia Eclipſes penes illam fiunt, & ſolis perpetua via eſt)* in duas æquales partes, Septentrionalem & Auſtralem diſceſſioni ſex planetarum proprio ipſorum motu, â dictâ Eclipticâ deviantium, reſpondentes. Ecliptica autem dividitur in quatuor *puncta cardinalia*, duo æquinoctialia, & duo ſolſticialia. Verſante enim ſole in æquinoctialibus, fiunt Æquinoctia, in ſolſticialibus Solſtitia. In æquinoctialibus Ecliptica æquatorem interſecat, in ſolſticialibus maximè ab eodem declinat.

Coluri ſunt duo circuli magni, polos mundi ſeu æquatoris & æquatorem ipſum, ut & Zodiacum in punctis Cardinalibus (modo dictis) interſecantes. Qui per puncta æquinoctialia tranſit, vocatur Colurus *æquinoctiorum*, qui per ſolſticialia, ut & polos Zodiaci, vocatur colurus *ſolſtitiorum*.

Meridianus eſt circulus magnus tranſiens per polos mundi, & punctum verticale dati loci, quod Arabicè *Semith*, & verticali oppoſitum quod *Nadir* dicitur.

Concipi poſſunt tot Meridiani, quot puncta æquatoris, aut cujuſdam ex Parallelis ab ortu in occaſum & viciſſim concipi poſſunt. Ex quibus primus θέσει perhibetur is, unde hic vel ille Mathematicus motum cœli aut deſcriptionem locorum terræ juxta longitudinem numerare ſolet. [*Lansbergius numerat illa â Gæsâ Zeelandiæ plerique alii ab Uraniburgo, ubi Tycho Brahæus pleraſque ſuas obſervationes habuit.*

Horizon eſt circulus ſphæræ magnus, immobilis, â puncto verticali æquidiſtans, ſuperiorem & conſpicuam

euam cœli partem ab inferiore & latente dirimens. Dividitur tribus modis 1 ut æquivocum inæquivocata, 2. ratione ſitus. 3. ratione partium.

Ut æquivocum inæquivocata dividitur in Rationalem & ſenſibilem. Rationalis eſt illud planum quod ipſam cæli medietatem reſpectu noſtri viſus determinat, & centrum cum globo terreno idem habet. Viſibilis Horizon eſt planities terræ oculo circumſpicientis tanquam centro determinata. [*vocatur & hic poſterior Horizon quia ob exiguam proportionem globi terrenni ad cælum præſertim extremum, ſenſui in determinanda cæli medietate idem videtur præſtare quod Horizon verus atq; rationalis præſtat.*

Ratione ſitus Horizon eſt ad Æquatorem vel Rectus vel obliquus vel parellelus. Rectus efficit *ſphæram* quam *rectam* dicunt, in qua Æquator & Horizon ſecant ſe ſe ad Angulos rectos, & polus uterq; incumbit Horizonti. Secundus efficit *obliquam* in qua æquator & Horizon ſecant ſe invicem ad Angulos obliquos & polorũ alteruter ſupra Horizontem, minus tamen quadrante circuli, elevatur, parallelus efficit ſphæram *parallelam* ubi Horizontis atq; Æquatoris Periphæriæ parallelæ ſunt, & poli polis ac plana planis coincidunt. Partes Horizontis in genere totidem ſunt quot omnium circulorũ. in ſpecie autem ſunt quatuor cardines, ortivus, occiduus, meridionalis & ſeptentrionalis. Poli autem ejus ſunt Semith & Nadir anteadicta. Duo *Tropici* ſunt duo circuli minores æquatori paralleli, Eclipticam in punctis Tropicis ſeu ſolſtitialibus alter in æſtivo, quod eſt principium cancri, alter in Brumali quod eſt principium Capricorni, ſtringentes, unde ille Cancri, hic Capricorni Tropicus dicitur,

Digitized by Google

Circuli polares ſunt circuli minores æquatori & Tropicis Paralleli, polis mundi proximi, polos Zodiaci tranſeuntes.

[*Semidiameter horum circulorum ut hodiè deſcribuntur æqualis eſt ſinui recto (vide trigonometriam) diſtantiæ polorum mundi à polis Eclipticæ & ipſius Eclipticæ ab Æquatore. A Proclo olim & aliis veteribus hi circuli ita deſcribebantur, ut eorũ peripheria ſtringeret interſectionem Horizontis & Meridiani Semidiameter æqualis eſſet ſinui recto altitudinis ſeu Elevationis poli ſupra Horizontem.*

Atq; hactenus fuerunt circuli *principales* in ſphæris armillaribus fabricari ſoliti. Sequuntur hiſce *ſubordinati* ad faciliorem intellectum tùm horum ipſorum circulorum, tùm affectionum inde demonſtrandarum. (*vide Fig. II. III.*) Suntq; 1 Circuli Declinationum 2 Horarii. 3 Paralleli æquatoris ſpecialiter ità dicti. 4 Dierum Naturalium. 5 Longitudinum 6 Latitudinum. 7 Verticales, Arabibus Azimuth. 8. Altitudinum, Arabibus Almicantharat dicti. 9. Linea crepuſculi. 10. Addunt nonnulli circulos domorum & poſitionis [*de hiſce præcipuè agitur in Aſtrologia ut hodiè vocatur, hoc eſt in arte quæ non Mathematicas tantùm affectiones ſed præcipuè Phyſicas operationes cœli ad certa Individua (perſonarum rerum &c.) applicat.*

Circuli Declinationum & Horarii ſunt circuli magni per polos mundi & æquatorem ducti, illi declinationes ſiderum in cœlo, hi intervalla horaria per umbras in terra oſtendentes. Suntq; nihil aliud, quam coluri multiplicati.

Parallelorum æquatoris definitionẽ ipſum nomen importat, ſuntq; inter ipſos Tropici & Polares. Eodem

ferè

Digitized by Google

ferè pertinent *circuli dierum naturalium*, ij ſcilicet, quos Sol motibus diurnis circumſcribit, concepti ferè ut paralleli æquatoris & ſibi invicem; quamvis propriè partes helicis ſint ab uno puncto ſolſtitiali ad aliud tanquam fi o quodam circumligato deſcriptæ.

Circuli longitudinum ſunt circuli ad Eclipticam paralleli. [*Horum principales & ſoli ferè uſum habentes ſunt ij qui latitudinem zodiaci determinant.*

Circuli Verticales ſunt circuli per punctum verticale ad Horizontem ducti. Horum principalis eſt Meridianus.

Circuli Altitudinum ſunt Circuli Horizonti paralleli altitudinem puncti dati ſupra Horizontem determinantes.

Linea crepuſculi eſt circulus ſphæræ minor, Horizonti parallelus, diſtantiam ſolis infra Horizontem conſtituti ab Horizonte in principio crepuſculi matutini & fine veſpertini definiens.

Circuli domorum ſunt circuli magni cœlum in duodecim partes dividentes. Sunt vel principales vel intermedii. Illi etiam cardines & Anguli ab Aſtrologis dicuntur, ſuntq; nihil aliud quam Horizon & Meridianus, quibus cœlum in quatuor partes dividitur. Intermedii ſunt, quibus quælibet harum partium quatuor in alias ternas dividitur. Modus quo id fit, diverſus diverſorum eſt. Primus quem rationalem dicunt fit ducendo illos circulos per æquales partes æquatoris & puncta interſectionum æquatoris & Horizontis, ſecundus quem æqualem vocant, fit ductu eorundem per partes æquales Zodiaai ejusdemq; polos, initio à puncto Horizontis ortivo facto. *In hoc differunt cuſpis*

ſeu

ſeu initium domus decimæ & medium cœli ſeu ut vocant, cor cœli, illud à circulo dicto, hoc à meridiano ut domus decimæ in reliquis modis determinatur.) Tertius modus fit ducendo illos itidem per puncta interſectionum Meridiani & Horizontis & æquales diviſiones (non æquatoris, ut in rationali) ſed circuli verticalis incedentis, per interſectiones Æquatoris & Horizontis & in ſphæra recta in æquatorem incidentis. Quartus & quintus modus uterq; fit per polos mundi, ita tamen ut hic Zodiaci partes eas quæ in quavis quarta intra Horizontem & Meridianum ſunt, immediatè in partes tres æquales dividat: ille æquatorem æqualiter dividendo arcum Zodiaci in partes quidem tres, plerunq; tamen inæquales dividat, Atque hæc etiam de circulis tanquam quarto principiorum genere.

Quintum genus principiorum diximus *Inſtrumenta*, quæ varia ſunt. & inter illa præcipua ferè Quadrans & Radius, habentur tamen & alia, ut Sextans, Regulæ parallacticæ, armillæ æquatoriæ & Zodiacales. *(vide Tychon in Progymnaſm. & Aſtronomia inſtaurata Mechanica)* & Tubus Opticus *(de quo Galilæus in nuncio Sidereo, Chriſtoph. Scheiner in Roſa Urſina Joh. Tarde in Borboniis ſideribus & nos infra pauca in Opticis.*

Caput. 2. partis generalis.
De Affectionibus primorum mobilium quà talium.

Affectiones primorum Mobilium quà talium, ſunt Numerus, Quantitas, Figura, Situs, Motus & Apparitio.

[*Primorum mobilium quà talium affectiones dico, quia etſi*

aſſ. Planetæ quibus ſecundus motus competit, eaſdem ſubeunt, non tamen id faciunt quatenus ſecundo ſed quatenus primo motu cum fixis moventur.

Numerus quid ſit per ſe patet.

Quantitas itidem quid ſit notum eſt. Eſt autem vel viſualis vel vera: viſualis, (potiſſimum Diameter) definitur â parte circuli magni cœleſtis quam tegere videtur è terrâ aſpicientibus, vera menſuratur in ſemidiametris terræ.

Figura eſt σφαιροειδὴς, ut docet ſenſus. in plurimis nō exactè σφαιρικὴ, ut docent tubi optici, & ſimilia inſtrumenta.

Situs determinatur 1 in ordine ad circulos cæleſtes 2 ad ſtellas & puncta reliqua 3 ad centrum mundi.

Ad primam claſſem pertinent ſequentes affectiones: Altitudo ab Horizonte, Declinatio, Diſtantia Horizontalis, cuj⁹ ſpecies potiſſima Amplitudo ortiva vel occidua, reliquæ nomine ſpeciali carent. Aſcenſio & Deſcenſio tùm recta tùm obliqua & differentia aſcenſionalis, Longitudo, Latitudo, Medium cœli Ad ſecundam claſſem pertinet Diſtantia ſtellarum ab invicem, item diſtantia Tropicorum tùm ab invicem tùm ab æquatore quæ etiam maxima Declinatio Eclipticæ dicitur, item diſtantia â vertice. In tertiâ claſſe eſt Diſtantia â terrâ cui computandæ inſervit Parallaxis.

Altitudo ab Horizonte cui opponitur *depreſſio* ſub Horizonte, eſt arcus circuli verticalis interceptus inter Horizontem & centrum ſtellæ, illic ſuprâ hic infra Horizontem conſtitutæ Eſt autem Altitudo ab Horizonte duplex, *Meridiana* quæ in meridiano & inter media quæ in quovis alio verticali concipitur.

 De-

Declinatio eſt diſtantia ab æquatore numerata in circulo Declinationis verſus polum alterutrum, nimirum vel Arcticum quæ Septentrionalis vel Antarcticonum quæ Auſtralis vocatur.

Diſtantia Horizontalis numeratur vel in ipſo Horizonte vel in aliquo ejus Parallelorum cujuſmodi ſunt circuli Altitudinum. illa facta â puncto æquatoris vel ortivo vel occiduo verſus Meridiem aut Septentrionem vocatur *Amplitudo ortiva vel occidua*, illic Auſtralis, hic Septentrionalis, & definitur arcus Horizontis intra æquatorem & punctum oriens contentus. reliquæ nomine ſpeciali carent, & contentæ ſunt nomine generis.

Aſcenſio & Deſcenſio (vel potius punctum aut arcus aſcenſionis aut deſcenſionis) eſt illud punctum æquatoris quod numeratur ab interſectione Verna Æquatoris & Zodiaci ad punctum æquatoris quod vel ipſum punctum oriens vel tranſitus circuli Declinationis in æquatore obtinet. Eſtq; duplex *Recta* & *obliqua*, illa in Sphæra rectâ Horizontem, in quovis autem ſphæræ ſitu etiam Meridianum ſtringit. & ibi vocatur *Aſcenſio Recta Medii cœli.* Obliqua competit ſphæræ obliquæ, [*Latius obliqua aſcenſio dicitur, quando plures vel pauciores gradus in Zodiaco quàm in æquatore aſcendunt quod etiam in ſphæra recta accidit ſignis inter cardinalia poſitis.*

Differentia Aſcenſionalis eſt arcus æquatoris quo vel aſcenſio recta & obliqua ejusdem ſtellæ, vel aſcenſiones ejusdem generis diverſarum ſtellarum inter ſe differũt.

Longitudo eſt Diſtantia puncti Eclipticæ quod vel ipſa data ſtella aut ſimile punctum in ipſa Ecliptica conſtitutum occupat, vel circulus Longitudinis ejusdem in Eclipticâ ſtringit, numerata â principio vel totius

Zo-

Digitized by Google

Zodiaci abſolutè, quod eſt æquinoctii verni, vel ſigni cujusvis intra cujus ambitum continetur.

Latitudo eſt diſtantia Aſtri vel ſimilis puncti extra Eclipticam conſtituti, ab ipsâ Eclipticâ in ipſo circulo Longitudinis ejusdem numerata.

Medium cœli dicitur punctum Eclipticæ Meridianũ quovis tempore aut ſitu cœli dato tranſiens.

Diſtantia (*κατ᾽ ἐξοχὴν dicta, non quævis quo ſenſu hactenus locum generis in quibusdam definitionibus obtinuit*) in cælo eſt arcus circuli magni interceptus inter duo ſidera vel quævis puncta de quorum diſtantiâ quæritur, ut ſunt õ tantũ ſtellæ ſed & polus Mundi & Zodiaci, quorum diſtantia æqualis eſt diſtantiæ Tropicorum ab æquatore, utraq; verò dimidia *diſtantia Tropicorum ab invicem*. Huc etiam pertinet diſtantia â vertice quæ eſt arcus circuli verticalis numeratus â puncto verticali vel ad ipſum phænomenon datum & *κατ᾽ ἐξοχὴν Diſtantia â vertice* dicitur, vel ad quodvis aliud punctum cœli. v.g. ad æquâtorem & dicitur aliàs *latitudo loci*, quæ eſt æqualis altitudini poli, item ad ipſum polum & eſt complementum altitudinis ſeu exaltationis poli, æquale altitudini æquatoris ab Horizonte.

Diſtantia â terrâ eſt linea recta â centro terræ ad locum ſideris ducta, cujus menſura ſunt ſemidiametri terræ, ſemidiameter autem terræ æſtimatur 860 milliaribus Germanicis [*quanquam ad ſubtilitates milliarium rarò perveniant, aut pervenire etiam laborẽt Aſtronomi, cum in apparentiis nihil ſenſibile importent, ſed contenti ſint ſi in ſemidiametris ſcopum attingant.*

Parallaxis ſeu diverſitas aſpectus eſt arcus diſtantiæ veri loci ſideris quem oſtendit recta â centro terræ ad

 cen-

Digitized by Google

centrum ſideris ducta, ab apparente quem occupare videtur ſtantibus in terræ ſuperficie.

Eſt autem illa diverſitas vel in circulo verticali, & altitudine ubi ſidus humilius apparet quàm fert verus illius locus. (vocatur etiam totalis, & ſiquidem ſidus Horizontem ſtringat, Horizontalis) vel in longitudine vel latitudine, Illa propterea augetur in parte cœli orientali, minuitur in occidentali. Hæc minuitur propterea ſi Borealis ſit (imò interdum in meridionalem tranſit) augetur ſi Auſtralis ſit.

Non omnia autem ſidera Parallaxin habent, ſed ea tantùm, quorum diſtant a à terrâ ſenſibilem ad craſſitiem terræ proportionem habet; ut Luna, Mercurius item & Venus, quando infra ſolem ſunt. vix autem obſervabilis eſt in Sole & Marte quando ſole inferior eſt, vix ac ne vix quidem, calculo tamen computabilis in Saturno & Jove, nulla ne imaginabilis quidem in ſtellis fixis [*Idem quia non tantùm in ſtellis novis ſed & in Cometis noſtro ſeculo viſis, ſaltem poſterioribus obſervationum diebus deprehenſum eſt, collegerunt inde Aſtronomi Lunâ ſaltem ſuperiores eſſe.* Cognata Parallaxi eſt *Refractio* quæ eſt arcus diſtantiæ quo propter craſſitiem aëris inferioris ſidera prope Horizontem ad 20. uſq; gradum circiter altitudinis altiora apparent quàm reverà ſunt.

Motus ut initio dictum, duplex eſt *primus* ab ortu in occaſum ad regulam æquatoris & illius parallelorum, de quo ſolo in doctrina ſphærica agitur, & ſecundus de quo in Theoriis Planetarum. Eſtq; menſura diei Naturalis, ita tamen ut ei accedant *Addidamenta*, ut vocant, hoc eſt particulæ æquatoris arcui motus proprii ſolis in Zodiaco interim confecti reſpondentes.

Se-

Digitized by Google

Secundus motus de quo in Theoriis Planetarum agitur, fit ab occaſu in ortum juxta regulam Zodiaci, & circulorum ſub ejusdem latitudine iis competentium.

Apparitio Stellæ eſt relatio ſtellæ qua eſt viſibilis in terrâ degentibus. Eſtq; duplex, perpetua & ſucceſſiva. perpetua eſt eorum Aſtrorum quæ nunquam ſub Horizontem deſcendunt, hinc ſtellæ perpetuæ apparitionis vocantur.

Succeſſiva apparitio eſt *ortus* cui opponitur *occaſus*, duplex uterq;, Aſtronomicus (abſolutè ſcilicet & κατ' ἐξοχὴν ita dictus) & Poëticus. *Aſtronomicus* eſt qui menſuratur ab æquatore, oſtendendo hujus punctum quod cum Aſtro inter aſcendendum aut deſcendendum Horizontem, quando vero culminat, Meridianum ſtringit.

Ortus Poëticus (ita dictus quod à Poëtis in deſcriptione temporum uſurpetur) itidem quidem Aſtronomicè determinatur, ſed cum relatione non tàm ad æquatorem (ut Aſtronomicus κατ' ἐξοχὴν dictus) quàm ad Solem, unà vel ex adverſo orientem vel occidentem. Eſtq; triplex, Coſmicus Acronychus & Heliacus. *Ortus Coſmicus*, qui & matutinus dicitur, eſt Aſcenſio aſtri unâ cum Sole aſcendente. *Occaſus Coſmicus* eſt deſcenſio aſtri ſub Horizontem Sole è regione aſcendente. *Ortus Acronychus* qui & veſpertinus, eſt aſcenſio aſtri ſupra Horizontem Sole unâ è regione deſcendente. *Occaſus Acronychus* eſt deſcenſio Aſtri cum Sole unà deſcendente. *Ortus Heliacus* eſt apparitio ſtellæ matutina ob vicinitatem ad Solem antea non conſpicuæ [*ne tunc quidem, cum Sol aliquot adhuc gradibus* (*12 circiter in maximis 15 & fortaſſis amplius in minimis ſtellis* (*ſub Horizonte conſtitutus*

eſſet] *Occaſus Heliacus* eſt occultatio Aſtri, veſperi poſt occaſum Solis apparere deſinentis, quia Sol jam propius ad illud acceſſit. Atq; hæ ſunt affectiones Aſtrorum in motu primo conſpicuæ.

Effecta illorum *Aſtronomica* itidem in motu primo conſpicua, ſunt diſtinctio diei & noctis, lucis item atq; umbrarum. [*Reliquorum temporum, ut* Annorum Menſis *&c. diſtinctio breviter ita habet*: Annus *eſt vel* Aſtronomicus *vel* Politicus *cujus varietatem alii occaſioni reſervãtes p'ergimus in Aſtronomico, qui vel* Tropicus *ſeu vertens, vel Sidereus; quo ſcilicet ſol illic ad punctum Zodiaci, hic ad locum ſtellæ fixæ â qua revolutionẽ inchoavit, revertitur.* Menſis *vel Solaris eſt, vel Lunaris, & hic vel Synodicus vel Periodicus:* Solaris *eſt ſpacium temporis intra quod Sol ſignum aliquod Zodiaci perãbulat.* Lunaris Synodicus *eſt quo ad Solem,* periodicus *quo ad punctum Eclipticæ unde digreſſa eſt redit.*

Dies dividitur ratione tum ſpecierũ tum partium integrantium. Ratione ſpecierum dividitur 1 in Naturalem & Artificialem. 2 in Aſtronomicum & Politicum.

Dies *Naturalis* eſt ſpacium temporis quo Sol motu diurno ad idem punctum (in Meridiano vel Horizonte aut aliâ certâ horâ vel horario notatam) revertitur. *Artificialis* eſt quo Sol ſupra Horizontem verſatur (*aptus ſcilicet artificiis & ſimilibus operibus humanis Pſal. 104. ℣: 23*) huic præcipuè opponitur *Nox*, quæ eſt illud ſpacium quo Sol infra Horizontem verſatur, eſtq; vel dubia quæ *crepuſculum & diluculum*, vel profunda quæ *κατ' ἐξοχὴν* nox dicitur.

Aſtronomicus dies Aſtronomis in calculo motuum ſolis præcipuè, *Politicus* certis politiis in diſtributione temporum & præcipuè initiis determinandis uſitatur.

Aſtro-

Aſtronomi dierum initia ſumūt à Meridiano, adeoq; ab ipſo meridie, propter commoditatem obſervationis nullibi aliàs in cælo majorem.

Politici ſeu civiles pro variis variarum gentium atq; rerum publicarum inſtitutis à variis initium ſumunt. ut à Meridie & media nocte in plerisq; locis Germaniæ, ab ortu Solis, uti apud Babylonios & hodiè Norībergæ. ab occaſu Solis ut Feſta Judaica & ferè Eccleſiaſtica. Idem fuit uſitatum Athenienſibus & hodiè Sileſiis ac Italis.

Partes in quas dies dividitur ſunt *horæ*, tùm æquales 24, (ſingulæ in 60 minuta prima & hæc in ſecunda &c. ſubdividuntur) tùm inæquales (quales olim in Palæſtina uſitatæ feruntur fuiſſe) itē tempus antemeridianum & pomeridianum. Ita *Noctis partes* ſunt excubiæ ſeu vigiliæ quatuor. Item Media nox, Gallicinium. Crepuſculū, Diluculum, occubitus Solis, crepuſculum veſpertinum, prima fax, Conticinium &c.

Et hæc pro parte Sphærices generali ſufficiant.

ſequitur

Pars ſpecialis.

Pars Sphærica ſpecialis, docet doctrinam principiorum & affectionum hactenus traditam applicare ad ſingula corpora cæleſtia in motu primo conſiderata. Applicatio illa conſiſtit in obſervatione & computatione quarū illi principia Mechanica paullo antedicta huic Arithmetica, utriq; reliqua inſerviunt. Modum applicationis docent propoſitiones ſequentes.

Probl. 1, Altitudo ab Horizonte obſervatur per quadrantem ita applicatum ut ejus planum idem ſit

cum

Digitized by Google

obſervatæ duplum vocatur diſtantia Tropicorum. [*Fuit autem illi Tychoni 3 gr 31 pr 30 ſecc hodierni tamen minuto uno & forte etiam aliquot ſecundis majorem æſtimaſſe putant, errore nato ex parallaxibus Solis juſto itidem majoribus æſtimatis.*

5. Diſtantia Horizontalis obſervari poteſt per quadrantem Azimuthalem. Eſt enim arcus Horizontis quo diſtat planum quadrantis ei inſiſtentis â cardine de quo quæritur. Species q̃ amplitudo ortiva vel occidua dicitur ita ſe habet ad ſinum totum ut ſinus elevationis æquatoris ad declinationem.

6. Extra meridianum datâ altitudine ab Horizonte Fig. II. xy) cum diſtantiâ â Meridiano, (Ax)ſeu angulo ADx datur complementum Declinationis (Gy) adeoq; ipſa etiem declinatio. & contrâ datâ hâc dantur illa [*ratio patet ex Trigonometriâ ſupra ſuo loco traditâ. juxta quam Figurâ dictâ examinetur triangulum GDy, ubi DG, eſt complementum latitudinis loci, Dy complementum altitudinis, Gy complementum Declinationis GDT (ſeu arcus Cx) diſtantia Horizontalis ſideris y â Cardine ſeptentrionali, Ax vel ADx diſtantia ejusdem â Meridionali, L Gy differentia Aſcenſionis rectæ ſideris y ab Aſcenſione rectâ Medii cæli &c.*

7. Diſtantiæ ſiderum ab invicem, item diametri viſuales ſingulorum ſiderum obſervantur per radium vel ſextantem (*Vid. Fig. VI. VII.*) calculo habetur diſtantia duorum ſiderum ſi eorum vel declinationes cũ aſcenſionibus rectis vel latitudines cum longitudinibus cognitæ ſunt. Exhibetur enim triangulum cujus duo latera ſunt complementa vel declinationum vel latitudinũ, tertium latus ſubtenſum differentiæ aſcen-

Digitized by Google

ſionum vel longitudinum eſt Diſtantia quæſita [*vide Fig. II. Triangula Gce, Slh, & Seh.*

8. Aſcenſio recta Solis ejusq; declinatio, item hæc ipſa declinatio & longitudo ejusdem in Zodiaco (unde ſimiles affectiones reliquorum etiam ſiderum dependent) mutuas tradunt operas. Nam ut ſinus totus ad tangentem maximæ declinationis Eclipticæ, ita ſinus diſtantiæ aſcenſionis rectæ â proximo æquinoctio ad tangentem Declinationis & viciſſim.

Item: Ut ſinus totus ad ſinum maximæ declinationis Eclipticæ, ita ſinus longitudinis ſolis à proximo æquinoctio in Ecliptica ad ſinum declinationis ejusdem & viciſſim. [*Ex his fundamentũ extructa ſunt tabulæ Mediationum cæli, apud Regio montanum, item Aſcenſionum Rectarum apud eundem & alios authores plurimos.*

9. Obſervatio temporis & Aſcenſionis rectæ ſiderum mutuas tradunt operas. Sidere enim ſub Meridiano obſervato, ſi tempus à meridie, aut â tempore quo alia ſtella notæ aſcenſionis rectæ meridianum tranſit, notum ſit (ſive ex Horologio ſive hoc ipſo aut alio modo) multiplicatio horarum & diviſio minutorum per quindecim dabit gradus æquatoris, differentiæ aſcẽſionali duorum ſiderum reſpondẽs. ſin differentia aſcenſionalis in gradibus nota ſit, tum gradus per quindecim diviſi horas, multiplicati minuta horarum â prioris culminatione elapſa ſuppeditabunt.

10. Ex obſervatione diſtantiæ (de qua probl 7.) duorum ſiderum, quorum alterutrius aſcenſio recta, utriusq; declinatio cognita ſit, colligitur aſcenſio recta etiam alterius, differentia enim aſcenſionalis eſt angulus diſtantiæ illi oppoſitus in triangulo cujus duo crura reliqua ſunt complementa Declinationis.

11. Declinatio cum Aſcenſione rectâ, & Longitudo cum latitudine mutuas tradunt operas, ita ut hæc ex illis & illa ex his beneficio calculi Trigonometrici colligantur. [*vide Fig. II. triangulũ Gc S, item G e S. G h S. ubi G S eſt Diſtantia polorum mundi & Zodiaci, æqualis maxima ejusdem declinationi; G e item G h, complementum Declinationis; S c. item S e complementum latitudinis; Angulus c G S e G S, h G s, diſtantia Aſcenſionis rectæ ſideris e â coluro ſolſtitiorũ SGLV, G S e, G s h diſtantia longitudinis ejusdem ſideris, c, e, vel h ab eodẽ coluro. unde quid trinis quibusq; datis ſequatur, Trigonometria ſuo locô docuit. Idem habetor de triangulis V I F, V K F & ſimilibus.*

12. Datâ diſtantiâ ſideris alicujus â duobus aliis, quorum vel Declinatio & Aſcenſio Recta, vel longitudo & latitudo cognita ſit, datur ejusdem ſideris & declinatio cum aſcenſione rectâ, & Longitudo cum latitudine, illa prior cujus affectio ejuſdem nominis in iſtis prioribus cognita fuit. Iterum enim datur triangulum, ubi vel duobus lateribus cum angulo quem comprehendunt cognitis, latus angulo illi oppoſitum vel tribus lateribus cognitis, angulus tertio ſubtenſus quæritur. [*Hac Methodo commodè obſervantur nova phænomena, ut Cometæ & novæ ſtellæ interdum etiam ipſi Planetæ prope fixas inſigniores conſpicui.*

13. Pro Aſcenſione obliquâ ſideris alicujus nota debet eſſe ex antecedentibus Declinatio & inde inquiri Differentia aſcenſionalis hoc modo, ut dicatur:

Ut ſinus totus ad ſinum Declinationis, ita tangens latitudinis loci ad tangentem differentiæ aſcenſionalis addendæ aſcenſioni ſideris rectæ, ſi declinatio ſeptentrionalis fuerit, ſubtrahendæ, ſi Auſtralis. [*Ex hoc*

fundamento extructæ ſunt tabulæ Aſcẽſionũ obliquarũ apud Regiomontanum, Clavium & alios.

14. Ad ortus poëticos ut accedamus; Ortus Coſmicus & occaſus Acronychus alicujus ſideris, hoc eſt gradus Zodiaci cum quo adeoq; cum ſole in illo verſante aſcendit. Deprehenditur ex aſcenſione ſideris obliqua quâ quæ ſitâ in areâ tabulæ Aſcenſionem obliquarum, frons oſtendit ſignum margogradum in quo verſante ſole ſidus illud Coſmice aſcendit & cum cujus oppoſito Acronycè deſcendit. Ex eodem fundamento etiam ortus Acronychus & occaſus coſmicus innoteſcit. Si tabulas vel ad manum non habeas, vel uſurpare nolis; concipias triangulum in quo nota datur diſtantia aſcenſionis obliquæ â proximo æquinoctio, angulus maximæ Declinationis Eclipticæ & angulus elevationis æquatoris vel ejus complementi ad duos rectos cui ſubtenditur arcus Zodiaci exhibens diſtantiam loci ſolis coſmicè cum ſidere aſcendentis, aut Acronyce deſcendentis numerandum â proximo æquinoctio.

15. Ortus Heliacus ſolvendum exhibet triangulum in quo datur arcus circuli verticalis ſub Horizonte reſpondens diſtantiæ ſtellæ â ſole quam requirit ut Heliace apparere poſſit. 12 graduũ ad minimũ, rectũ faciẽs angulũ cũ Horizõte, deinde angulũ orientis h.e. quẽ facit pũctũ Eclipticæ cũ ſtella oriẽtis cũ Horizõte, lat angulo recto oppoſitum, erit arcus in veniendus numerandus â gradu Zodiaci modò dicto ad gradum ejusdem Zodiaci, quem ubi ſol obtinet, ſtella illa Heliacè oritur hoc eſt in ortu ſuo mane conſpici incipit.

16. Noti-

16. Notitia longitudinis diei artificialis & noctis dependet â notitia & in horas reſolutione arcus diurni qui eſt arcus æquatoris inter ceptus inter aſcenſionem ſolis obliquam & deſcenſionẽ ſigni & gradus oppoſiti.

17. In calculo crepuſculi ſicut ſe habet ſinus totus ad ſinum altitudinis æquatoris, ita linea compoſita ex ſinu altitudinis æquatoris & ſinu diſtantiæ ſolis ſub Horizonte, quæ communiter habetur 18 graduum, ad ſinum verſum arc⁹ â quo ſi ſubtraxeris arcum ſemi diurnum relinquitur arcus æquatoris reſpondens tempori durationis crepuſculi.

18. Tempus quo ſol ingreditur principium arietis vel libræ, hoc eſt æquinoctium habetur, obſervando altitudinem ſolis meridianam (& ſi placet ex illa computando diſtantiam ejus â puncto æquinoctii hoc eſt proxima interſectione æquatoris & Eclipticæ) proxime antecedentẽ & ſequentem (niſi forte Æquinoctium in ipſam meridiem inciderit, quod ex obſervatis patebit tunc, ſi altitudo ſolis meridiana perciſe æquaverit altitudinem Æquatoris) quo facto ſicut ſe habet vel ſumma utriusq; diſtantiæ â puncto interſectionis vel differentia altitudinum meridianarum ad horas 24. Ita in priori caſu diſtantiarum altera, in poſteriori differentia alterutrius altitudinis Meridianæ ab altitudine æquatoris ad numerum horarum quibus præciſum tempus æquinoctii diſtat â meridie illius obſervatæ altitudinis ante ſi major, pòſt ſi minor altitudine æquatoris fuerit.

19. Pro lineis horariis umbrarum; ut ſinus totus ad longitudinem ſtili ad æquatorem recti, ita tangens diſtantiæ circuli horarii â meridie in æquatore ad diſtan-

tiam puncti á meridie in linea Horizontali per quod ducendæ horariæ, ſumpto intervallo ſupra Horizontem in Horologio verticali æquali ſecanti altitudinis poli. Si planum Horologii verticalis á plagâ meridiana declináverit, tunc ſuccedere poterit in locum lineæ Horizontalis, linea faciens cum eadem penes interſectionem ejusdem cum linea perpendiculari oſtendente meridiem angulum æqualem angulo declinationis.

20. Parallaxis ut & refractio & computatio alicujus ſideris obſervatur obſervatione & cõputatione diverſarum ej⁹ altitudinum earumq; inter ſeſe collatione Quod ſi enim unius obſervatæ ad alteram computatam provenerit eadem proportio quæ ad eandem in tali ſitu obſervatam, tum habebit vel Parallaxin vel Refractionem. Si vero Altitudo ea quæ vi calculi altior eſſe debebat, provenerit humilor, Parallaxeos, ſi contrà Refractionis indicium inde ſumes. Vocatur autem differentia illa parallaxis vel Refractio particularis. Unde ad totalem hoc modo procedes, ut dicas in parallaxibus; Sicut ſe habet differentia qua inter ſe differunt, ſinus diſtantiarum á vertice (quæ complementa ſunt altitudinis) ad ſinum differentiæ parallaxeon, ita ſinus totus ad ſinum parallaxeoſ totalis Horizontalis. Et ita quoq; ſinus cujusvis diſtantiæ à vertice ad ſinum parallaxeos addendæ altitudini ſideris in eâdem. In refractionibus idem eſt imperandi modus qui in parallaxibus, modo memineris altitudines quæ ob parallaxes fiãt minores in Refractionibus fieri majores [*Ex hoc fundamento extructa ſunt tabulæ parallaxeon & refractionum, in circulo verticali. LONGITUDINUM verò & LATITUDINUM parallaxes (quæ ſane in primo motu non magnopere attenduntur*

duntur, in ſecundo autem neceſſaria ſunt:) breviter ita habent. Parallaxis latitudinis in quacunq; altitudine aequalis eſt parallaxi altitudinis in Nonageſimo, parallaxis longitudinis eſt latus tertium in triangulo rectangulo ubi ipsâ cũ parallaxi latitudinis comprehendit angulum rectum parallaxi totali oppoſitum.

21. Cognita Parallaxi alicujus ſideris, diſtantia illius â terra in ejus ſemidiametris habebitur, ſi ſinus diſtantiæ â vertice dividatur per ſinum parallaxeos in eadem.

22. Cognitâ diſtantiâ â terrâ & Diametro viſuali ſideris, facile innoteſcet vera quantitas. Nam ut ſinus totus ad ſinum Diametri viſualis, ita diſtantia â terra ad veram diametron ſideris. Ex diametri vero alicujus globi cognitione quomodo circum ferentis, area circuli magni, & tandem tota ſoliditas computetur, in Geometricis dictum eſt. Si nude proportionem ejus ad terram vel aliud ſidus habere volueris, diametrum ejus multiplica cubicè, numerus inde proveniens quã habuerit proportionem ad unitatem, eandem habebit corporeitas ejus ad terram. quam ad cubum Diametri alterius ſideris eandem etiam ad ſidus illud habebit. [*Hinc ne mireris Arithmeticam & Geometriam alas dictas Platoni quibus in cælos avolare liceat.*

Finis partis Aſtronomiæ Sphæricæ.

Digitized by Google

Compendium Partis Aſtronomiæ ſecundæ quæ Theorica Planetarum dicitur.

THeorica Planetarum eſt ſcientia motus Planetarum quatenus is à motu primo diverſus eſt.

PRINCIPIA hujus partis quædam ſunt communia quædam propria. communia ſunt iterum AXIOMATA Arithmetica & Geometria, (potiſſimum Trigonometrica. ex purè verò Arithmeticis præcipuè huc ſpectat Logiſtica ſexageſimalis) Deinde circuli & quæ ad ipſos referuntur, ita tamen ut ſitus atq; ſimiles relationes ad illa non ſint ita perpetuæ ut in ſtellis fixis. potiſſimum verò repetendus huc eſt ZODIACUS, quippe ſub quo omnes planetæ incedunt & ratione tùm longitudinis tum latitudinis ad ipſius Zodiaci tũ longitudinem tum latitudinem menſurantur.

PROPRIA PRINCIPIA ſunt poſtulata tùm Phyſica tùm Mathematica & horum definitiones: PHYSICA POSTULATA ſunt 1. Planetas non tantum quotidie circa terram ferri ut omnia alia ſidera, ſed interim etiam habere motum peculiarem priori huic ex parte ſub contrarium. 2. Motu hoc ipſorum proprio fieri ut hodie ſubinde appareant orientaliores quàm anteà 3. nónulli interdum ſeptentrionaliores, interdum auſtraliores, idq; non tantùm reſpectu æquatoris ſed & reſpectu Eclipticæ 4 motum hunc ratione apparentiæ eſſe inæqualem quandoq; tardum quandoq; celeriorem, quãdoq; prorſ⁹ nullum ut plane ſtare videantur, quandoq; ſecundum ſucceſſionem ſignorum Zodiaci quandoq;

Digitized by Google

contra quandoq; prorſus nullum ut planeſtare videantur, 5 Diametrũ eorum viſualem nunc eſſe majorem nunc minorem 6 Indeq; probabile diſtantiam eorum ad terram nunc propiorem nunc remotiorem eſſe. 7 Ordinem eorum inter ſeſe eſſe ejuſmodi ut luna ſit infima procentro motus ſui (ſaltem prope verum) habens terram 2 hanc ſequatur ſol, terram itidem procentro motus (ſeu apparentis tantum ut Copernicus voluit, habens, proxime interdum ſequentibus reliquis planetis ut ita omnes ſupra ipſum conſtituantur 3 interdum tamen Venus proxime ſequatur Lunam, illam Mercurius hunc demum Sol. 4 Mars etiam interdum humilior deprehendatur ſole, plerumq; tamen ſuperior reliqui duo Jupiter & Saturnus ſemper. 5 Si Tychonis ſententia locum habeat ſtatuentis ſolem revera, nec tantum apparenter cum toto ſtellarum ſyſtemate atq; exercitu circa terram moveri, tum nihil obſtet quo minus ſphæram ſtellarum fixarum ſphæræ ſaturni, & hanc illi proxime contiguam ſtatuamus. Si vero obtineat ſententia Copernici qui putavit terram non tantum quotidie circa ſuum centrum volvi, quē motum nos toti cælo tribuamus (eodem ſi illum audiamus apparentiæ errore, quo apud poëtam nautis â portu recedentibus terræ & urbes recedere videntur) ſed & annuo motu inſtar reliquorum planetarum circa ſolem tanq; centrum volvi, tum totum ſyſtema orbium planetariorum, aut certe diſtantia ſolis â terra ad cælum ſtellarum fixarum ſit inſtar puncti. Si enim ſenſibilem magnitudinis differentiam â cæli extremi magnitudine haberent tunc (ſtante inquam motu Terræ Copernicano) ſemper die plus, nocte autem minus medie-

medietate cæli ſupra Hozontem noſtrum extaret. *Vtrum horum verum ſit Phyſicæ quidem, non Matheſeos eſt diſceptare. Non erant autem hæc hoc loco diſſimulanda quia ordo calculi planetarii aput pleroſq; (etiam Tychonē aliàs ſequentes) ex Copernici Hypotheſibus inſtituitur, licet ad Tychonicas etiā ſalva idenitate apparentiæ ſi motuum periodi, & proportiones ſphærarum eadem ſint) inſtitui queat, quamvis paullo difficilius.*

POSTULATA MATHEMATICA ſunt principia quædā Mathematica in cælo concepta ad ſalvandas (ut loquuntur) apparentias. Suntq; Circuli Puncta Lineæ Anguli CIRCULI ſunt 1 vel Majores vel Minores. 2 vel conſcentrici vel Eccentrici. & hi vel *κατ' ἐξοχὴν* ita dicti, vel æquātes, deferentes Apogæum & Perigæum Eccentri Eccentri. 3 vel Regulares ut modo dictū vel irregulares ut Ellipſes.

Minores veteribus & quibusdam hodiernis *κατ' ἐξοχὴν* dicti, ſunt vel Epicycli vel alii parvi circuli ſpeciali nomine carentes, certorum quorundam punctorum motus inæquales (ut apparent) ad æqualitatem redigentes. Epicycli ſunt vel ſimplices vel duplices & horum alter major alter minor

Puncta ſunt centra tùm planetarum tùm circulorū & ſimilium rerum Mathematicarū Apogæū veteribus Aux, Perigæum veteribus oppoſitum Augis. Aphelium, Perihelium, nodi, limites, uterq; tum Boreus tum Auſtrinus.

Lineæ præcipuæ ſunt diametri et ſemidiametri circulorum, linea Apogæi, aut Apheli, Lineæ medii & veri motus.

Anguli vel *arcus circulorum* angulos menſurantes præcipui ſunt Æquatio, Græcis *προσθαφαίρεσις*, Anomalia,

 Argu-

Argumentum, Scrupula proportionalia, Exceſſus, ortus ex diverſitate Diametri, Commutatio Copernico parallaxis Orbis, Angulus inclinationis.

Ex hiſce principiis demonſtrantur affectiones ſeu ut communiter loquuntur paſſiones. quarum præter motũ ipſũ & locũ ej⁹ terminũ qui vel medius vel verus item apparens, vel Geocentic⁹ vel Heliocentricus, *Tria ſunt genera.*

Primi generis paſſiones ſunt 1 quæ competunt planetis ratione motus ſui. ſuntq; Directio, Retrogadatio, Statio, vel prima vel ſecũda 2 velocitas, tarditas eaq; mediocritas. 3 Augmentum aut imminutio muneri.

Secundi generis paſſiones ſunt Aſpectus, quos Aſtronimi ferè tantùm in Lunâ, Aſtrologi in omnibus planetis obſervant. Sunt autem quinq; : conjunctio σύνοδος, oppoſitio, διάμετρος. Hi duo aſpectus uno nomine συζυγία vocantur, ſextilis ἑξάγωνος, Quadratus ſeu quadratura τετράγωνος trinus ſeu triangulum τρίγωνος. Tres hi poſteriores dividuntur in dextros & ſiniſtros. Quælibet harum relationum, maximè vero conjunctio, eſt vel media vel vera, itèm apparens. Hæc intèrdum, (maxime in planetis parallaxin habentibus) opponitur veræ, interdum opponitur mediæ, & idem eſt quod vera. Tertium genus eſt relatio planetarum ad ſolem, ob quam dicuntur vel aucti vel minuti lumine vel abſconditi, ὕπαυγοι 2 vel oriẽtales vel occidentales. item ἀκρόνυχοι. Quartum Genus paſſionum eſt quod reſultat ex collatione planetarum ad orbem Terræ, ſuntq; parallaxis & Ecclipſis. De parallaxi parte Sphærica dictum eſt; nunc tantum hoc inſuper notetur quòd in ſecundis mobilibus, maximè verò in Eclip-

ſibus

ſibus ſolaribus, locus, motus, longitudo latitudo lunæ tùm abſolutè tùm â ſole (quæ differentia eſt illarum affectionum lunæ ab affectionibus ejusdem nominis in ſole) apparentes, quando veris opponuntur, tales dicantur ob parallaxin, quæ faciat, ut extra locum verum in terræ ſuperficie ſtantibus appareat. Eclipſis eſt vel ſolaris vel lunaris, utraq; vel totalis vel partialis, totalis vel cum mora vel ſine mora. Magnitudo earum determinatur minutis graduum, quæ vocantur ſcrupula defectus, item pars deficiens, hæc reſolvuntur in digitos. Notantur etiam in Ecliptibus ſcrupula caſus ſeu incidentiæ, item moræ dimidiæ, item repletionis. Tandem ad Affectiones ſecundorum mobilium etiam pertinet præceſſio æquinoctiorum & mutatio obliquitatis Zodiaci. Hæc ſynopſis eſt exhibens nomina tum principiorum tum affectionum ſecundorum mobiliũ. ſequuntur eorundem definitiones.

Circuli majores aliàs vocantur ii qui ſphæram in duas æquales partes ſecãt. Hoc loco ii ita vocãtur qui volvũtur circa centrũ Univerſi (terrã juxta Ptolẽæũ & Tychonem, ſolem juxta Copernicum & ejus ſectatores.)

Concentrici ſunt qui centrum univerſi circa quod volvuntur pro exacto centro motus ſui habent.

Eccentrici ſunt circuli centrum habentes ejus corporis circa quod moveri perhibentur â centro (terræ vel ſolis) diverſum.

Deferens Apogæum eſt circulus (in veterum deſcriptionibus plerumq; denigratus) ad cujus regulam moveri concipitur Apogæum & Perigæum.

Æquans eſt circulus in plano Eccentrici deſcriptus, reliquas inæqualitates quibus expediendis Eccentricus

ſolus aut inſuper Epicyclus non ſufficiebat, expediens. Eſt autem in hodierna Aſtronomia non amplius uſitatus, ſed ejus vices ſuſtinet Epicyclus minor apud Copernicum, Tychonem Longomontanum & qui eos ſequuntur. Kepplerus omnia ea quæ alii per Eccentricos æquantes & Epicyclos ſalvant, perficit per *Ellipſin* cui præter figuram oblongè circularem duo inſuper aſcribit attributa 1 itidem Eccentricitatem, ut ſcilicet ſol circa quem omnes planetæ moveantur ſit itidem extra centrum Ellipſeos (hoc eſt extra illud punctum in quo diameter longitudinis & latitudinis Ellipticæ ad Angulos rectos ſeſe ſecant) & in partes æquales 2. Deinde dicit planetam non tantum apparenter (quod fieri putant alii Eccentricis propriè dictis) ſed reverà eò tardius moveri quanto ſint à ſole vel terrâ remotiores, celerius quantò propiores (quo poſteriore æquantis & Epicycli minoris vices ſupplet) Cauſam phyſicam transfert in ſolem, vi quaſi - magnetica planetas circa ſeſe ducentem, De quo in Phyſicis,

Eccentrus Eccentri eſt circulus, Eccentricum intra planum ſuum continens, ipſumq; & potiſſimum Apogæum ejus circumducens. Sed nec hũc circulum hodierni Aſtronomi amplius uſurpant, ſed motus Apogæi in ipſa Ecliptica numerant, non ſoliciti de cauſa hujus motus phyſica quam reddere hoc circulo veteres conati ſunt.

Epicyclus eſt circellus parvus centrum habens in peripheria circuli alterius, deferens vel alium Epicyclum minorem vel ipſum planetam.

Anomalia cujus nomen Epicyclis interdum tribuitur quadruplicẽ ferè habet ſignificationem 1 In gene-

re ſignificat quamvis inæqualitatem in motu ſiderum ſecundo. 2 Paulo ſpecialius ita vocantur Epicycli & circelli qui centra eorum punctorum quæ ad ipſorum regulam moventur non in peripheriis ſed in diametris ſuis deferunt. Talis eſt ſecundum quosdam anomalia æquinoctiorum, obliquitatis Zodiaci, Eccentricitatū &c. Talis aſcribitur etiā Mercurio â Copẽico & Lansbergio, & ab hoc etiā lunæ. 4 Specialiſſima ſignificatione in tabulis ferè omnium authorum non huc pertinet ſed ad arcus & angulos de quibus poſtea. Hæc de circulis. Sequũtur puncta.

Centrū ut alibi eſt punctū circuli vel orbis medium â quo omnes rectæ ductæ ad circumferentiā ſunt ejusdem longitudinis. Interdum κατ' ἐξοχὴν Centrum orbis planetarum cui motus aſcribitur, & per Metonymiam ipſe ille motus ejusq; proſtaphæreſis centrum dicitur.

Apogæū eſt punctum Eccentrici aut Epicycli â terra remotiſſimum, *Perigæum* terræ proximum. A veteribus omnib⁹ planetis tribuebatur, â Copernico & pleriſq; hodiernis tantum lunæ, â Tychone etiam ſoli, Reliquis dodie tribuitur horum loco Aphelium.

Aphelium autẽ eſt punctum in quo planeta â Sole quẽ circuit eſt remotiſſimus & *perihelium* ubi eidem proximus.

Nodi ſunt puncta in quibus circuli motuum ſex planetarum circulum ſolis ſeu Eclipticam interſecant. limites ſunt puncta in quibus planeta vel ejus circulus longiſſime ab Ecliptica diſtat in Boream vel Auſtrum. Boreus nodus eſt â quo planeta verſus limitẽ Boreum aſcendit, Auſtrinus ubi verſus Auſtrum.

Linea

Linea Apogei vel *Aphelii* eſt linea per centrum circuli motus planetæ à veteribus etiam Epycicli ubi vocabatur *Diameter Abſidum* ejusq; Apogæum & Perigæum, vel Aphelium & Perihelium ducta. *Linea medii motus* eſt linea recta à centro Eccentrici ad planetum aut quodvis punctū quod in illo movetur ducta. *Linea veri motus* eſt recta à centro terræ per centrum planetæ ducta & in Sphærâ fixarum terminata. Hæc de lineis. ſequuntur definitiones angulorum & arcuum.

Æquatio ſeu *Proſthaphæreſis* eſt arcus mediis motibus interdum addendus interdum ſubtrahendus ut verus proveniat.

Anomalia (in genere angulorum & arcuum) eſt arcus diſtantiæ planetæ ab Apogæo vel Aphelio, eſtq; duplex *media* Deſumta ex motibus mediis & *coæquata* hoc eſt æquatione affecta. Proſtaphæreſin ultimam quam acquirunt quinq; planetæ ex longitudine centrica & commutatione vel potius ipſam commutationem de qua mox, Copernicus vocavit *parallaxin orbis* (quo terra Solem vel Sol terram circumeat) quia quemadmodum luna & alia inferiora phænomena ob craſſitiem terræ alio loco apparent quam apparerent è centro terræ conſpecta quæ diverſitas parallaxis dicitur, ita plaetæ reliqui ſolem circumeuntes ob hujus diſtantiam â terrâ alio loco apparent quàm apparerent è ſole conſpecti.

Argumentum eſt arcus circuli aliud quiddam arguens hoc eſt, ex cujus cognitione ad aliud (æquationem latitudinem aut ſimile quid) pervenitur. In calculo longitudinis plerunq; idem eſt, quod Anomalia coæquata.

Scrupula proportionalia ſunt quæ proſthaphæreſibus accedunt vel decedunt ob ſitum planetæ in ſublimiore vel inferiore parte Epicycli.

Exceſſus

Exceſſus eſt qui proſthaphæreſibus accedit ob vicinitatem majorem planetæ aut Epicycli ad terram. proxima ejus cauſa vocatur

Diverſitas diametri quia Diameter vel ſemidiameter circuli in quo planeta movetur brevior eſt, planetâ aut ejus Epicyclo terræ viciniore, longior in remotiore, & in priore caſu proſthaphæreſin auget, poſteriore minuit.

Commutatio eſt arcus quo linea motus ſolis & lineæ â ſole per planetam ductæ in Zodiaco inter ſe differunt.

Angulus inclinationis eſt quem facit orbita planetæ ad Eclipticam, Idem iuxta veteres faciunt Epicycli ad orbem planetæ ſive κατ' ἔγκλισιν in clinationem, ſive κατὰ λόξωσιν. Illa juxta Diametrum Apſidum hæc juxta Diametrum longitudinis. Hactenus definitiones principiorum, ſequuntur paſſionum.

Motus Medius vocatur arcus Zodiaci numeratus â principio Zodiaci ſeu æquinoctio verno usq; ad lineam medii motus, oſtendens locum in quo apparet planeta è centro orbitæ ſuæ conſpectus.

Verus motus vocatur arcus Zodiaci numeratus ab æquinoctio verno ad lineam veri motus. [*qua oſtendit locum planetæ à centro terræ conſpicui.*

Motus Heliocentricus (abſolutè *Centricus* nonnullis dictus) eſt arcus Zodiaci, numeratus ab æquinoctio verno, oſtendens locū quem occupare videtur planeta ſi è ſole quem circuit ipſum intueremur.

Motus Geocentricus, aliàs abſolute verus loc' eſt arcus Zodiaci numeratus ab æquinoctio verno oſtendens locum apparentem â centro terræ ipſum intuentibus.

In Theoria Lunæ Kepplerus (& qui eum ſequuntur) diſtinguit etiã inter locum primò æquatum quem etiam fictum vocat & ultimò æquatum. Illam æquationem provenire dicit ex forma Eccentrici, ut in ſole, Ultimam æquationem provenire dicit è diverſitate diſtantiæ â ſole, ob quam interdum fiat celerior, interdum tardior.

Motus (ùt & *locus*) *Apparens*, item *viſus* eſt is quem occupare videtur è terra intuentibus. Hic in planetis Parallaxi carentibus aut ſine ea conſideratis idem eſt quod verus, quando autem parallaxis attenditur, ut in Luna, præſertim in Eclipſibus, vero opponitur,

Directio, Retrogradatio, ſtatio, ſunt affectiones propter quas planeta dicitur vel Directus vel Retrogradus vel Stationarius. Directus dicitur quando ſecundum ſucceſſionẽ ſignorum motu proprio incedens apparet, Retrogradus quando contra; Stationarius, quando in eodem loco permanere. Statio illa vel prima eſt vel ſecunda, illa motum Retrogradum antecedit, hæc ſequitur.

Velocitas, Tarditas & *Mediocritas* per ſe intelliguntur.

Aucti numero dicuntur planetæ quando poſthaphæreſis medio motui additur, *Diminuti* quando ſubtrahitur

Aſpectus ſunt ſitus planetarum Harmonici, in quibus luna phaſes mutat, omnes vero planetæ fortius in hæc inferiora quàm alias influere ab Aſtrologis exiſtimantur. (qua de re in Phyſicis & Aſtrologicis) In Luna conjunctio vocatur Νουμηνία, in oppoſitione luna vocatur plena πανσέληνος, in ſextili κερατοειδὴς, μηνοειδὴς in quadratura διχότομος in Trigono ἀμφίκυρτος.

Aucti lumine planetæ dicuntur quando poſt conjunctio-

junctionem cum ſole, ſol ab ipſis (ut tribus ſuperioribus) aut ipſi (inferiores) à ſole recedunt & magis magiſq; conſpicui fiunt.

Minuti lumine dicuntur, quando poſt ſuperatam longiſſimam diſtantiam ſoli fiunt viciniores.

Hypaugi quando propter ſolis vicinitatem cerni nequeunt.

Orientales dicuntur planetæ quando prius quam ſol oriuntur, *occidentales* quando poſterius.

In primo ſitu Venus vocatur Phosphorus in ſecundo Heſperus.

Acronychus vocatur planeta qui ſole occidente ſupra Horizontem orientalem aſcendit. Hæc affectio Veneri & Mercurio non convenit. ſi autem in occidentali Horizontis parte (aliter enim fieri nequit) poſt ſolis deſcenſum videri incipiũt, talis ort⁹ ad Heliacum referri poſſit.

Eclipſis ſolis eſt interceptio luminis ſolaris facta inter poſitione lunæ inter ſolem & noſtrum viſum tempore novilunii.

Eclipſis lunaris eſt privatio luminis quam luna à ſole accipere debebat ob umbram terræ ſitæ inter ſolem & lunam, ſoli Diametraliter oppoſitam.

Eclipſis *partialis* eſt quando luminare ex parte tantum obſcuratur, totalis quando ex toto, & hoc vel cum mora vel ſine mora & quaſi ad momentum.

Scrupula defectus ſunt minuta prima & ſecunda graduũ circuli Magni in cælo quibus magnitudo defectus in proportione ad Diametrum viſualem luminaris deficientis exprimitur.

E 2 *Scru-*

Scrupula caſus ſeu *incidentiæ*, Ptolemæo ἑξηκοςὰ τῆς ἐμπτώσεως ſunt arcus viæ lunaris â ſole vel umbrâ terræ â ſole factâ, quem perambulat ab Eclipſeos initio ad ejus medium in Eclipſi partiali aut totali ſine mora, ad initium verò totalis obſcurationis in Eclipſi totali cum morâ.

Scrupula moræ dimidiæ ſunt ſcrupula arcus viæ lunaris &c. ab initio maximæ obſcurationis ad ejus mediũ.

Scrupula repletionis, Ptolæmæo ἑξηκοςὰ τῆς ἀναπληρώσεως ſunt ſcrupula arcus viæ lunæ â medio Eclipſeos partialis, vel totalis ſine mora, aut â fine totalis obſcurationis cum morâ ad finem totius Eclipſeos.

Præceſſio æquinoctiorum eſt motus quo interſectio Zodiaci & Æquatoris ſubinde orientaliorem ſitum reſpectu ſtellarum fixarum acquirit. Mutatio obliquitatis Zodiaci (aliàs acceſſus & receſſus item motꝰ *Trepidationis* eſt motus quo puncta Eclipticæ ſolſtitialia æquatori interdum propiora ſunt interdum remotiora. Prior motus numeratur in Ecliptica, hic poſterior in Coluro ſolſtitiorum, Alphonſi Regis Arragoniæ Aſtronomi â quibus tabulæ Alphonſinæ confectæ & ita dictæ ſunt, peculiares orbes hiſce motibus deſtinârunt, illi octavum huic nonum cælum, quo ſtellæ fixæ potius ab illis removeantur. Copernicus reverâ terræ, apparenter autem ſoli, Tycho revera ſoli in eſſe exiſtimavit. Alterutrum horum omnes hodierni, qui quidem mihi ſint cogniti ſequuntur. Atq; hæc de principiis & affectionibus in genere hujus etiã Aſtronomiæ partis ſufficiãt.

Pars Theoricæ Planetarum ſpecialis.

Pars ſpecialis Theoricæ Planetarum eſt, quæ docet principia & effectiones generali ipſius parte traditas ita appli-

applicare ad ſingulas omnium temporum apparentias, ut ratio Mathematica reddi poſſit cur quæ apparent, ita & non aliter apparere neceſſe ſit.

Modus & Ordo applicationis conſiſtit partim in *Inventione* Hypotheſeon, ut vocant, ſeu principiorum ex quibus motus & aliæ affectiones Planetarum demonſtrari poſſint, quovis tempore tales apparere; partim in *uſurpatione* [*Illam* σύνθεσιν, *hanc* ἀνάλυσιν *vocare poſſis*.

In *Inventione* ita proceſſerunt Aſtronomi;

Primo contemplati ſunt ſolem, cujus motus evidentiſſimus, ſimpliciſſimus, & per ſe cognoſcibilis*, cum contra (ut in progreſſu patebit) reliquorum motus ſine illo intelligi non poſſint.

In hoc animadverterunt revoluntiones, earumq; momenta quæ commodiſſimè obſervari videbant in æquinoctijs. Revolutio autem ejusmodi nihil eſt aliud quam Annus ſolaris quo vel ad idem punctum Eclipticæ vel ad eandem ſtellam fixam â quadigreſſus erat, reverteretur. Illum Annum Tropicum, hũc Sidereum vocarunt: Diviſeruntq; in ſuos diurnos & horarios. Cum autem in motu hoc deprehendiſſent talem inæqualitatem qua tempus ab æquinoctio Verno ad Autumnale aliquot diebus vinceret reverſionem ejus ab Autumnali ad Vernum, quamvis ſpatia in Ecliptica æqualia apparent. Collegerũt inde, ſolem, licet circa terram verteretur, centrum tamen Eclipticæ fixarum pro centro motus proprii non agnoſcere, ſed aliud ſuperius, circa quod deſcripti orbis major pars ſuperiori, minor inferiori Eclipticæ Hemiſphærio reſponderet. Diſtantiam hujus centri â centro mundi vocabant Eccentricitatem, & punctum diſtantiæ ſolaris majoris Apo-

 gæum.

gæum propioris perigæum. [*vide figuram VI cum explicatione.*

Atq; ita conſtituta erat Theoria ſolis ut apparentijs quotidianis ad ſeculum unum ſalté aut alterum ſatisfaceret. Talis approbata eſt â Tychone & poſt ipſum â Longomontano & Kepplero, niſi quòd ille Eccentricitatem Epicyclo (ut in Fig. III. delineatum) expreſſit & Kepplerus, præterquā quòd verum ſubjectum hujus motus nō ſolem ſed terram eſſe aſſereret, Ellipſin (qualis ferè fig. VII. declineata) loco circuli regularis quo ſolem terra reverà, terram verò ſol apparenter circuiret poſuerit. Quorum utrumq; quomodo Eccentrico paria faciat, partim dictum eſt in parte generali partim ad figuram allegatam.

Porro quia diverſorum ſeculorum obſervationes docuerunt, etiam Apogæa & Perigæa, item puncta æquinoctiorum, ut & maximas Declinationes Eclipticæ ſitum mutare, & (quod tamen Tychoni Keplero & Longomontano nō ſatis certum videbatur, quæq; ſe obſervaſſe hic putarent veteres, in eo majorem certitudinem deſiderabant) Eccentricitatem nunc augeri nunc minui, hinc natæ Hypotheſes de motu Apogæi & Perigei, Præceſſionis æquinoctiorum, Trepidationis ſeu acceſſus & receſſus Eclipticæ, reſpectu æquatoris, & tandem mutationis Eccentricitatis: Et quia hæc omnia, excepto juxta quosdam motu Apogæi & Perigæi, inæqualia, nunc celeriora, nunc tandiora, itaq; Anomaliæ illi determinandæ conſtituerunt circellos, in quorum Diametris motus ejusmodi fierent, ita tamen ut temporum æqualium eorumq; motuum articuli reſponderent ſpaciis æqualibus non ipſius Diametri, ſed circumferentiæ. vide Fig. VIII.

Exco.

Excognito motu Solis proxima via patebat ad Lunam. Ac etſi Lunæ tùm per ſe, tùm ex relatione ad ſtellas fixas obſervandæ occaſio quotidie videbatur ſuppeditari; quia tamen ſufficientem ἀκρίβειαν denegare videbatur concurſus parallaxeon, ob quas, ut in parte ſphæricâ dictum eſt, alieno loco apparet; itaq; rectius ex relatione ad ſolem videbatur obſervari; nec deerat occaſio pro motibus mediis primo â ſole & conſequenter (ſeparato ſcilicet motu ſolis) etiam abſolutè (illud Méſes Lunares Synodicos, hoc Periodicos pariebat) idq; maximè in Plenilunijs Eclipticis, quæ quatuor valde notabilia Aſtronomos docuerunt.

1. Verum locum Lunæ; quo enim momento Eclipſis Lunaris apparebat maxima, eodem ſoli diametraliter opponi certum erat, ex ſolis ergo loco cognito Lunaris latere non poterat. 2. Intervalla diverſorum pleniluniorum docebant revolutiones motuum lunarium â ſole (uno verbo menſes) 3. Quòd non omnia plenilunia Ecliptica, & Eclipſes ipſæ non ejuſdem ſemper magnitudinis, nec in eadem plagâ reſpectu Eclipticæ eſſent, id erat argumento Lunam nunc propius nũc longius abeſſe ab Eclipticâ, adeòq; peculiarem â ſole orbitam habere, quæ tamen alicubi eam interſecaret. Puncta inter ſectionum nodos vocârunt Aſtronomi, Caput & Caudam Draconis Aſtrologi. 4. Quia Eclipſes quotannis in diverſis eſſent menſib9, inde colligebant, etiam nodos illos motum habere, & quidem contra ſucceſſionem ſignorum, quia Menſes Ecliptici annorum poſteriorum priores erant Menſibus ejuſdem generis in annis prioribs.

Atq;

Atq; ita perfuncti videri poterant Aſtronomi determinatione Theoriæ Lunæ, ſi motus, uti in orbita ipſius æquales ponebantur ita nobis etiam æquales apparerent. In æqualitas autem apparentiarum peperit primò Eccentricitatem ut in ſole & motum Apogæi. Sed quia illa ſola negocio non videbantur ſufficere, adjectus eſt circulus æquans. cum nec hic inæqualitates omnes expediret, Epicyclum etjam adjecerunt. Quæ omnia qualem motuum rationem habuerint, videre licet apud Ptolemæum, Purbachium eorumq; commentatores Regiomontanum & Reinholdum, item apud Mæſtlinum in Epitome Aſtronomiæ; hîc autem pluribus perſequi nimis longū foret, nec valde fructuoſum apud tirones: cum poſteriora tempora docuerint fruſtra quoad pleraq; hîc fuiſſe veteres. Etſi enim motui Longitudinis & Latitudinis mediocriter ſatis factum erat; contrarium tamen apparentijs hoc accidit, ut lunam in quadraduris terræ duplo propiorem eſſe, adeoq; Diametrum viſualem majorem habere neceſſe foret, quam in Syzygiis. Quod cum repugnaret ſenſui; itaq; de novo quaſi in Hypotheſes lunares inquiſivit Copernicus: Hic circulū lunæ tribuit terræ concentricum, ſed cum Epicyclo, quem ita poſitum paria facere Eccentrico apparet ſchemate hujus partis III. In locum autem æquantis ſubſtituit alium Epicyclum, qui â majori circumferretur, planetam autem ipſe deferret. ut delineavimus Fig. IV. Hæc Hypotheſis cum apparentiæ mediocriter ſatis facere videretur Tychoni, retenta ab ipſo eſt, additâ tamen pro majori, ut exiſtimabat, ἀκριβεία, centro centro orbis Lunaris circello Anomalias penes A (ut videre eſt Fig. IV. modo dicta) in quo ita circumferretur ſyſtema Lu-

nare, ut tempore Noviluniorum ac Pleniluniorum ſupremam & à Terra remotiſſimam, intermedio tempore intermediam ejus partem obtineret. Atq; ita apparentiæ ſatis fecit ad minima ferè usq;, de quibus circa ſyzygias ſuſpicio ipſi oboriebatur, quam variationis circulo ipſi tamen ſyſtemati non inſerto adumbravit. Idem cum ipſo ſenſit Chriſt. Sev. Longomantanus diſcipulus ipſius. Kepplerus verò quemadmodum motum Elliplicum Soli, vel potius terræ circa ſolem (à quo ratione centri quidem immobili, peripheriâ tamẽ inſtar rotæ in clavo parieti in fixæ circumrotato ipſa quoq; tanquam magnete quodam circum rotetur) ſemel aſſignavit; ita eodem modo lunam circa terram rotari ſtatuit, atq; ita ſatisfecit motui in Eccentrico, aut Epicycli in concentrico, ex parte etiam Epicycli ſecũdi. Quod autem ad huc reſtabat inæqualitatis, præſertim quod Tycho Braheus per Anomaliam centri ex primere volebat, id tranſcribebat Soli, cujus radiis pro diverſitate diſtantiæ mutuæ diverſimode afficeretur, ut jam celerior in motu, jam tardior eſſet. [*Videatur ipſe in Rudolphinis cap. 25. Epit. Aſtron. Copern. l. 4. Maria Cunitia in Urania propitia Theor. Lunæ.* hæc de Sole & Luna.

Quinq; Planetarum ſuperiorum motum cum ſolari complicatum, primo fere intuitu patuit; tùm quòd Venus & Mercurius Solem aſſiduè comitarentur & illa nunquam ad duorum, Mercurius ne ad unius quidem ſigni integri intervallum à duce illo ſuo recederent: tùm quòd ſuperiores, etſi peculiari quisq; motu ferri viderentur, certâ tamen à ſole diſtantiâ retrogadi fieri inciperent, rurſumq; deſinerent. Hoc argumento erat primò Venerem & Mercurium, etſi circa Terram ferrentur

centur (quem ſolis motum eſſe quo ſimul circum ducantur poſtea apparuit) peculiarium tamen motuum & circulorum centrum extra terram habere. Horum Dimetientes quanti eſſent, Ptolemæus collegit è maximâ ipſorum diſtantiâ à Sole. Motus illius circa proprii orbis centrum inæqualitatem quia diverſarum obſervationum momenta prodebant, itaq; ibi quoq; inquirebatur in loca Apogæorum & Eccentricitatum, propria vero orbium illorum centra ubi aut quæ eſſent, Ptolemæus & alii usq; ad Copernicum vel in medio reliquerunt, vel tanto intervallo infra ſolem eſſe ſtatuerunt, quantum requireret diameter Epicycli illarum. donec Copernicus deveniret eò, ut apparentiæ optimè quadrare intelligeret, ſi circa ſolem moveri ſtatuerentur. Hæc de inferiorib⁹. ad ſuperiores quod attinet; primò certum erat, & adhuc eſt, eos intra circulum motus ſui tùm terram, tùm ſolem includere. Poſtea de Marte evidentiſſime apparebat, centrum motus illius Terram ne dum exactum ſed nec verò propinquum eſſe, quia Diameter ejus viſualis tàm inſigniter major apparebat quàndo ſoli opponebatur, quàm aliàs, quando conjunctioni Solis vicinior erat. Certum ergo erat & ipſum in Eccentrico moveri, cujus centrum proprium in terrâ exactè non eſſet, ſoli autem ſi non in ipſo ſaltem tamen vicinius eſſet. Idem de Saturno & Jove ſtatuendum, ſuadebat ſimilis ratio; apparentiis præſertim â poſteriore ſuffragantibus.

Sed & inde apparebat, ſolem eos in motu ſuo obſervare, quòd ſole ab illis diſcendente cum paulo ultra tertiam partem circuli ab ipſis perveniſſet, retrogrado motu incedere inciperent, idq; tantiſper, donec ſol in

paro

Digitized by Google

parte ſiniſtrâ eâdem diſtantia ab ipſis abeſſet. Quemadmodum itaq; inferiorum duorum hac in parte Anomaliæ per Epicyclos ſalvarentur; ita idem fieri neceſſe putabat Ptolemæus etiam in hiſce: ſemi diametros illorum Epicyclorum definiens juxta diſtantiam duorum ſtationis punctorum, motu tamen, quem centrum illius Epicycli interim conficeret, non neglecto. At verò hanc Hypotheſin eludebat Copernicus, & pro Retrogrado illo motu Epicyclis nihil opus eſſe oſtendebat, ſi concederetur hæc hypotheſis, quinq; Planetas æquè ac Terrã & Terram æquè ac ipſos circa ſolem tanquam centrum motus ſui (ſaltem ſcilicet prope verum) decurrere. Probabat hanc ſententiam Tycho Braheus, quoad ea quæ de Planetis circa ſolem currentibus dixerat, ita tamen, ut inferiorum duorum Orbes veri quidem eſſent reſpectu Solis, Epicycli autem reſpectu Terræ quam cum ſole circu irent. Quod autem idem Copernicus Terræ motum circa ſolem tribueret, ibi deprehendit eandem pro venire apparentiam, ſi Sol cum toto Planetarum ſeſe cingentium ſyſtemate terram ambire diceretur. Motum autem Planetarum circa Solem, quem Copernicus partim Eccentricitate, partim per Anomaliam centri in quinq; Planetis adumbrarat, ipſe ſimilem poſuit ei, quem cum eodem Copernico Lunæ circa terram tribuerat; hoc eſt mediantibus duobus Epicyclis. Et hanc ſententiam, præſcriptam quidem, ſed fati præmaturitate ab ipſo deſertam, retinuit, & excoluit Chriſtianus Severini Longomontanus, in ſua Aſtronomia Danica.

Kepplerus vero & Lansbergius acerrimi Aſtronomiæ Copernicanæ propugnatores, adhærere ſaltem

quoād generalia huic perrexerunt, imò Lansbergius etiam quoad pleraq; ſpecialia & potiſſimum formam motuum. Kepplerus autem loco duorum Epicyclorum Tychonicorum & Anomaliarum Copernicanarum Ellipſi (uti dictum) in demonſtrando eorum motu circa ſolem quemadmodum in ipſa ſolis ut & Lunæ Theoriâ uſus eſt.

Atq; ita ſatis rectè habere ſeſe videbatur relatio quinq; Planetarum ad ſolem, ut nullum videretur dubium, quin, ſi in ſole ſtantes illos intueremur, æquè cógruam calculo apparentiam eſſemus deprehenſuri, quam in ſole è terra conſpecto. Quærebatur ulterius, quid de apparentiâ eorum ad Terram & quibus principiis illa ſtabiliretur, ſtatuendum eſſet? Hic nihil aliud reſponderi poterat, niſi hoc; utrumq; ſitum, tùm ſolis quem ad Sphæram Fixarum, tùm Planetarum, quem ad ſolem haberent. primò ſigillatim contemplandum deinde interſe conferendos eſſe. Quo facto, tribus locis, ſolis nimirum, Terræ, & Planetæ per lineas rectas connexis, & eâ linea quæ â centro Terræ per centrum Planetæ ducebatur continuatâ usq; ad ſphæram fixarum locus Planetæ inter fixas qui è terrâ aſpicientibus oſtenderetur facile patebat.

Atq; ita determinata ſunt principia ad motum Planetarum, ratione Longitudinis.

Quia vero deprehenſum eſt nullum eorum, unico ſole excepto, in Eclipticâ permanere, ſed plerunq; extra eam reperiri; ita tamen, ut ei nunc propiores eſſent, nunc remotiores, nonnunquàm in ſeptentrionali, nónunquàm in Auſtrali Zodiaci parte apparentes; etiam hæc quomodo ſeſe haberent, videndum erat. Ac primò qui-

quidem apparitio hæc diverſis in Plagis facta argumento erat, circulos eorum Ecliptică in duobus punctis ſecare. Unde duo oriebantur quæſita: *Primum* de ſitu punctorum interſectionis (quæ nodos vocant) ſecundũ de quantitate diſceſſionis illius, ſeu ut vocant Latitudinis, itẽm inclinationis, ubi eſſent maximæ. Utriusq; determinationem docebat hæc proportionalitas 1. Sicut ſe habet differentia Latitudinum planetæ indiverſis locis conſpecti, ad diſtantiam ipſorum locorum; ita latitudo minor ad diſtantiam â nodo proximo (omnia in ſinibus ex Trigono metriâ) 2. Ut ſinus hujus Diſtantiæ ad ſinum latitudinis hujus minoris, ita ſinus totus ad ſinum Latitudinis ſeu inclinationis maximæ; Verumenimverò, quantumvis hæc res videatur expedita, non deerant tamen obſervationes, Anomalias cujusdam hac in parte ſuſpicionem moventes. Nodos ſcilicet Lunæ ultrò citroq; moveri & latitudinem in Syzygiis contrahi, in quadraturis vero dilatari, Tycho exiſtimavit, eiq; rei certas Hypotheſes conſtituit quas Longomontanus acceptavit, qui (poſt Tychonem in progymnaſm:) videri hac de re poteſt in Aſtronomiâ Danicâ l. 1. Theoric. c. 7. Kepplerus, etſi non videtur auſus fuiſſe directè contradicere, in negativam tamen harum perplexitatum videtur inclinaſſe, videatur & hic in Tabulis Rudolphinis cap. 31. Quid mihi poſt hæc carecta latere videatur (dictare mihi viſis Eclipſibus hoc παράδοξον, inclinationem orbitæ Lunæ in oppoſitionibus, diverſam eſſe ab ea quæ ſit in conjunctionibus, adeò, ut illic 18. minuta 5. gradus excedere, hîc 15 non implere videatur) alibi fortaſſe aperiam, in compendio ſufficiat monuiſſe. Hæc de latitudine Lunæ.

In ſuperioribus verò Planetis, ubi veteres ad inclinationes quas Epicycli ad orbes Planetarum habere, atq; ita inclinationes eorum ad Ecliplicam nunc augere, nunc minuere viderentur; (vide poſt veteres Mæſtlinum in Epit. Aſtronomiæ) recentiores deprehenderunt, rem totam dependere ex hoc principio Optico; quod remotiora minori, propiora majori angulo viderentur; hinc majorem quidem quàm revera eſſet, apparere Latitudinem Planetæ ſi eſſet ſitus in parte circuli à terra remotiore, majorem ſi in propiore. Atq; ita ſe habet inventio Hypotheſium.

USUS conſiſtit in calculo Trigonometrico, ex quo loca & ſimiles affectiones Planetarum vel immediate, vel mediantibus Tabulis artificio itidem Trigonometrico extructis computantur. Data pro calculo Trigonometrico ſunt, ut aliàs, anguli & latera. Angulorum menſura ſunt arcus circulorum in quibus numerantur motus medii; latera ſunt radii circulorum in quorum peripheriis motus medii numerari ſunt, unde reliqua latera & anguli pro notitiâ ſitus & ſimilium affectionum Planetarum eliciuntur.

Exemplo ſint Sex quaſi PROBLEMATA. 1. Computandus ſit ex fig. III. motus Solis K qui fieri concipiatur vel cum Longomontano in Epicyclo, ita ut motû ejus medium ab Æquinoctio deſignet in concentrico quidem arcus Vm, menſura anguli Vam: à linea Apogæi verò in Epicyclo arcus KL menſura anguli KmL cujus complementum ad 180. ſit Angulus AmK datus præcipuè pro calculo Trigonometrico. Pro lateribus datur proportio laterum Km, & Am, unde innoteſcit loco proſthaphæreſeos, mediante computatione angu-

lus

lus K a m, quo addito ad angulum medii motus Vm ſeu VAm, habetur verus locus Solis. Si verò Sol concipiatur moveri immediate in Eccentrico, ut ferunt Hypotheſes Tychonis, tunc iterum motus medius ab æquinoctio, dat tanquàm ſui complementum diſtantiam ejus à linea Apogæi KBc. & hujus complementum ad 180. Angulum ABK. pro lateribus datur proportio Eccentricitatis AB, ad radium Eccentrici BK, inde innoteſcet per calculum angulus AKB cui æqualis KAB, quorum adeò ſi illum â diſtantiâ ab Apogæo ſubtrahi, vel hunc motui medio ab æquinoctio addi conceperis, habebis iterum verum ſolis locum.

II. Si motum alicujus Planetæ qui duplici Epicyclo moveri concipiatur, ut ſidus * Fig. IV, (qualem Copernicus & Tycho Lunæ circa terram, idem Tycho eumq; ſecutus Longomontanus Planetis ſuperioribus circa ſolem aſſignavit) computare volueris, ſolvenda veniunt duo Triangula, primum eſt Acd, eodem prorſus modo ſolvendum cum Triangulo AKm Figura III. datis quippe ex motibus mediis angulis eCd, CAB, item fdg (duplo anguli efd aut CAB) lateribus vero in primo triangulo CA, cd, unde elicitur angulus AdC, item cAd, tanquàm proſthaphæreſis primi Epicycli, ut & latus Ad, quod datum cum latere dg & angulo Adg, qui differentia eſt anguli gdf initio dati, ab angulo Adf modo invento, dabit angulum dBg, proſthaphæreſin ſecundam quæ cum priori ſubtracta angulo cAB tanquàm motu ab Apogæo, verum locum vel Lunæ circa terram, vel alterius Planetæ circa Solem quem centricum vocant, exhibebit,

III. Ano-

III. Anomaliarum ejuſmodi motus qualis in fig. IV. ad literam A, delineatus eſt, computatio ita habet ut vides figurâ ad latus appoſitâ; nimirum, ut ſinus totus ad radium circelli ab, vel ac, ita ſinus verſus anguli b a d, ad particulam ed, vel anguli bac, partem Diametri cd.

IV. Ellipticus motus Keppleri nec ratione communi Trigonometricà computari, nec, cujusmodi ſit, compendiosè oſtendi poteſt, (videatur ipſe Epit. Aſtr. Copernic. l. 5.) Sed brevius ex tabulis ab ipſo extructis quas Rudolphinas vocat, colligitur, quas faciliores adhuc exhibuit Maria Cunitia in Urania propitia.

V. Si cujusdam ex quinq; Planetis locus & ſitus quem ad terram habet requiratur, inſpiciatur figura Univerſalis altera, ubi inter alia ſciendum punctum f vel F. vel g. oſtendere ſitum æquinoctii medii in cœlo, illa reſpectu Terræ, hoc (g) reſpectu Solis. Adeoq; ex problemate primo præſupponendus aut inquirendus venit locus Solis, ejusq; diſtantia ab æquinoctio, quam deſignat arcus fo, menſura anguli OTf exhibentis gradus quibus Sol ab æquinoctio in terra apparente F, diſtat. Deinde quæratur Planetæ ſitus reſpectu Solis quē oſtendit in Venere angulus Vog, in Jove Iog menſurans diſtantiam horum Planetarū ab æquinoctio medio, reſpectu ſolis (hoc eſt quantum inde diſtare perhiberentur ſi ſtantes in ipſo Sole ipſos intueremur) Verus deinde illorum locus ab æquinoctio, ille, Vog, ſubtractus, hic, I o g, additus angulo Tog, efficit pro Jove angulum, ToI, pro Venere ToV. Cum hoc angulo dantur duo latera, nimirum cum latere To (diſtantia Solis à Terra) in Jove Latus OI, in Venere OV (diſtantiæ illorum à Sole)

ſe)& calculo Trigonometrico exhibetur illic angulus OTI, hic OTV, quorũ differentia ab Angulo OTſ, (verâ diſtantiâ Solis ab æquinoctio) illorum diſtantias veras ubi eodem æquinoctio quas Longitudines veras ſeu apparentes (è terra ſcilicet) Aſtronomi vocant, exhibebunt. Eadem ratio eſt cum loco Saturni litera S.

V. Eclipſeon calculi præcipua capita ſunt hæc: primo inquiri ſolent loca Solis & Lunæ ad diem Novilunii Ecliptici ſecundum Longitudinem & Latitudinẽ, item Diametri viſuales, craſſities umbræ in loco tranſitus Lunæ, parallaxes. (diverſa omnia pro diverſitate diſtantiæ luminarium à ſuis Apogæis ſeu Anomalia ut ſuprà vocari audivimus) Hinc tranſitur ad calculum conjunctionis vel oppoſitionis Luminarium veræ & in conjunctionibus etiam viſæ ſeu apparentis. Collatio horum, ſitum, magnitudinem, durationem & ſimilia attributa Eclipſeos ſuppeditabit.

Et hæc omnia abſolvi poſſunt vel per Trigonometriã abſolute (ut fecit ex veterib⁹ Ptol. cõfer Regiom. ex recentioribus Pitiſcus inter problemata Aſtron. Trigonometriæ adjecta, item Lõgomontanus & Lansbergius) vel ex Tabulis proſthaphæreſeon ſeu æquationum & ſimiliũ quas præter veteres, Ptolemæum, Alphonſinos, Copernicum, ediderunt Reinholdus, Longomontanus, Kepplerus, Lansbergius, Eichſtadius. quas huc apponere, adeoq; ſcrinia horum authorum compilare præter inſtitutum noſtrum exiſtimavimus, clariorem omnium explicationem Deo volente auditoribus noſtris, ſi qui ſunt futuri, non denegaturi. Aliis ad authores quos modo laudavimus remiſſis, quorum quis ſit optimus, uti definire hoc præſertim in loco, meum non eſt; ita collatio calculi ex iis ſuſcepti cum apparentiis quemq; pro induſtria ſua docebit. Atq; hic etiam Compendii Aſtronomici quo ad præcepta ut vocant, finis eſto. De reliquis quæ huc pertinere viſa ſunt figuræ cum ſuis explicationibus videri poſſunt.

Digitized by Google

Explicatio Figurarum ad Compendium Aſtronomicum pertinentium.

PRimo: Duæ Figuræ Univerſales in primo folio æneo comprehenſæ, nulla egent explicatione diverſâ ab eâ quæ vel eſt aſcripta, vel habetur & citatur in compendio ipſo ad pag. 47.

Figuræ partis Sphæricæ eodem folio æneo cũ prioribus modo dictis delineatæ intelligendæ ſunt, uti ſequitur.

Fig. I. Continet adumbrationem ſphæræ armillaris cum ſuis circulis, ubi ABC, Horizon. ADCE, Meridianus. HBKI æquator. LM Zodiacus. NBFI, colurus æquinoctiorum. LNM, colurus Solſtitiorum tali ſitu Sphæræ Meridiano παράλληλος. MP Tropicus capricorni, LQ Tropicus cancri, RS polaris Arcticus. Alter oppoſitus penes F, præfulcimento Horizontis non ſatis viſibilis, Antarcticus. O, Terra. FONG linea, axis mundi. F, G poli, G quidem Arcticus, F Antarcticus. B, I, puncta æquinoctialia, LM puncta Solſtitialia. D punctum verticale ſemith. Oppoſitum illi penes E nadir. GC altitudo poli, cui æqualis DT, Latitudo loci. AT Altitudo æquatoris. LP, item MQ, diſtantia Tropicorum. HL item HP item MK, KQ maxima declinatio Eclipticæ, cui æqualis NS item FX, Diſtantia poli Eclipticæ S vel X à polo mundi N vel F.

Fig. II. & III. Faciunt pro explicatione circulorum ſecundariorum per literas minuſculas. Majuſculæ autem idem ſignificant quod in primâ figurâ. v. g. HK æquatorem, LM Eclipticam, *SV*, ejus polos. punctum æquinoctiale utrumq; ut & globus terrenus antea per O deſiſgnatus incidunt hîc in B, puncta ſolſtitialia ſunt, ut ante L & M. PMLQ Tropici, RS, *VW* Polares.

Ad novos itaq; & ſecundarios circulos Fig. II. delineatos ut accedamus, FaG, FbG, FcG, FdG & ſimiles per modum colurorum æquatorem & ejus polos tranſeuntes, ſunt circuli declinationum, quales concipiuntur duci, quoties de declinatione alicujus ſtellæ agitur. qualem exprimunt inter alia arcus ae, tanquàm declinationem ſeptentrionalem, ai, tanquàm Auſtralem &c. Et eodem modo quo declinationis circuli, horarii etiam ducuntur. Sed

per

per intervalla quindenorum graduum æquatoris, numeratorum vel â puncto æquinoctii verni, vel â quovis pũcto æquatoris Meridianum ſtringente. Lineæ ductæ per puncta fgK. denotant horũ punctorum parallelos, quos in motu ſuo ad æquatorem deſcribere cõcipiũtur. In Geographicis ducũtur etiã per loca globi terreni, & ibi arcus ae, ai vocatur latitudo loci, ille ſeptentrionalis, hic Auſtralis, ubi puncta eadem in terra concepta, ad eadem in cœlo concepta talem habent reſpectum, ut hæc cœleſtia ſemel quotidie vertici illorum immineant & cum puncto verticali Semithconicidant. Et tales paralleli duci vel concipi ſolent infiniti, quoties nimirum in Aſtronomicis aliqua ſtella, & in Geographicis aliquis locus dicto modo examinatur. Circuli *S*ccV, *S*hyV, SKV, ſunt circuli longitudinum, primus punctorum e, e, ſecundus punctorũ h, y; Tertiꝰ K. Circuli lm, no, ſũt circuli determinãtes latitudinẽ Eclipticæ. poſſent etiam per alia puncta duci eorumq; latitudines ita determinare, ſed ſine uſu notabili. Satis enim videtur tùm pro imaginatione, tùm pro calculo, ſi dicamus, arcum v g, hp, in circulo longitudinis eſſe latitudinem puncti h, & quidẽ ſeptentrionalem, arcum dp Auſtralem puncti d. Item diſtantiam per radium & ſimilia inſtrumenta capi ſolitam oſtendunt arcus ducti à ſtellâ e, vel h, vel etiam c, ad punctum b.

Fig. III. ABC, iterum eſt Horizon, D, punctum verticale ſemith dictum. E verticali oppoſitum Nadir. Circuli per hæc puncta ducti ſunt verticales, ex quibus præcipuus eſt meridianus.

Duci autem concipiuntur, quoties puncti alicujus, v. gr. f, g, h, i, k, &c. altitudo ab Horizonte per quadrantem aut ſimile inſtrumentum obſervatur. iK, lm, no, ſunt circuli altitudinum dictorum punctorum. pq, infra Horizontem παραλλήλως & tanto intervallo deſignata ut ſole in ea conſtituto, crepuſculum vel incipiat vel deſinat, eſt linea crepuſculi.

In genere autem de tribus figuris hactenus dictis notandum quod prima & ſecunda repræſentent ſitum ſphæræ obliquæ, tertia verò, ſi polos mundi coincidere concipias cum punctis A & C, rectam, ſi cum D & E parallelam & in parallela omnes verticales quotidie bis cũ coluris, horariis & declinationis circulis coincidere

Digitized by Google

Fig. IV. Adumbrantur parallaxes. ABCD, ſignificat globum terrenum, cujus centrum E, ſemidiameter hîc in conſiderationem veniens AE, ſidus de cujus parallaxi agitur F. EFG, linea veri loci, hoc eſt oſtendens verum locum ſideris in *Sphæræ verticali* LKM, in ſpæra ſtellarum fixarum (ut fit in examine Cometarum, aut cujusvis ſideris de cujus parallaxi abſolutè quæritur) ſi vero ſermo ſit de parallaxi reſpectu unius ſideris ad alterum, ut in Eclipſibus ſolaribus ubi talis parallaxis vocatur parallaxis Lunæ â Sole, tunc circulus MIKL, concipitur tanquam verticalis tranſire per Sphæram altioris illius planetæ, nimirum Solis in Eclipſibus ipſius uti dictum.) Arcus itaq; in altiori illa Sphæra quo K, humilius eſt G, nimirum GH, gradibus & minutis circuli magni expreſſus, vel, quod idem eſt, angulus ad F, vocatur parallaxis, & G, locus ſideris verus, H apparens, in terrâ ſcilicet ſtanti in puncto A. IK, eſt diſtantia â vertice apparens, IG vera.

Cum vero è parallaxi in circulo verticali quam totalem vocant oriatur etiam parallaxis longitudinis & latitudinis (licet in Eclipſibus demum principaliter uſum habeat) easdem ſimul eadē hac figura explicandas duximus. Sit jam circulus verticalis No, qualis antea erat LKGIM. locus apparens ſideris obſervati P, verus Q. Ecliptica RS. In qua adeo veram longitudinem ſideris oſtendet punctum T, latitudinem veram arcus QT. Apparentem vero longitudinem oſtendet punctum V, latitudinem QV. parallaxis itaq; latitudinis erit arcus QX, longitudinis arcus PX, æqualis ad ſenſum arcui VT.

Fig. V. Exhibetur qualiscunq; delineatio quadrantis Azimuthalis ex munificentia Inclyti Senatus Noribergenſis per opifices armarii ejusdem, me ſuppliciter petente, fabricati, & hîc Altdorffii in turri quadam collocati. Radius, tùm Quadrantis, tùm Horizontis, quinque pedum Noribergenſium proxime eſt (majorem enim nec locus capere, nec viſus meus, in longinquiora imbecillis, aſſequi poſſe videbatur) ſufficiens ad obſervationē minutorum, & ſatis prope dimidias ac tertias eorum partes. Limbus utriusq;, tam Horizontis quam quadrantis, ut & crura hujus ænea ſunt, latitudine paulo plus duorum digitorum, craſſitudine dimi-

dimidii ferè. Reliqua quadrantis ſubfarcimenti quaſi inſtar ne facile frangatur ſuffixa, ferrea, Horizontis lignea ſunt. Diviſiones graduum limbi, ut & forma pinacidii in regula quadrantis ad mẽtem quàm proximè Tychonis, quam in Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanicâ expoſuit, facta ſunt. reliqua per ſe patent.

Fig. VI. Eſt radii & tubi optici pro obſervatione diſtantiarum & Diametrorum viſualium.

Fig. VII. Sextantem exhibet, ejusq; tractationis modum â duobus obſervatoribus, ei ferè ſimilem, quem Tycho Braheus pro obſervatione diſtantiarum requirit.

Explicatio Figurarum ad Theoriam Planetarum pertinentium.

Figura I. exhibet Theoriam Mercurii ut ea â veteribus deſcripta eſt, omnes ferè circulos, quos in Theoriis Planetarum commenti ſunt, continentem. A eſt centrum Mundi, videlicet Terra, B & H centrum Eccentrici ad regulam circelli BIHK nunc propius terræ accedens, nunc ab ea recedens. FC, (vel potius totum planum album in cujus medio eſt FC) Eccentricus, comprehenſus intra duas partes circuli ſemi denigrati L & P qui vocatur Eccentrus Eccentri. partes D & E, adhuc nigriores factæ, ſunt eæ ex quibus quaſi compoſitus eſt deferens Apogæi & Perigæi.

F eſt Epicyclus in quo movetur Planeta juxta veteres, ita ut ſit directus in a, retrogadus in b, ſtationarius in c. Talem motum retinuit Tycho Brahe in Venere & Mercurio, & quidem ita, quod veteres ignorarunt, ut centrum illius proxime ſaltem eſſet ipſe Sol, circa quem in hiſce tanquam propriis orbibus non ipſe Planeta imediatè, ſed primo Epicyclus major, in hoc Epicyclus minor, in hoc demum tanquam minore Epicyclo planeta moveretur, tali modo qualis Fig. IV. quæ mox ſequetur, expreſſus eſt.

Circulus tranſiens per G eſt æquans, & quemadmodum ille interſecat Eccentricum tranſeuntem per C & F, ita orbes omniũ Planetarum excepto Sole, qui perpetuo in Ecliptica movetur, interſecant Eclipticam. Puncta in quibus fit interſectio f & g, vocantur ab Aſtronomis Nodi, ab Aſtrologis, præſertim in Lunâ,

gæum propioris perigæum. [*vide figuram VI cum explicatione.*

Atq; ita conſtituta erat Theoria ſolis ut apparentijs quotidianis ad ſeculum unum ſaltē aut alterum ſatisfaceret. Talis approbata eſt à Tychone & poſt ipſum à Longomontano & Kepplero, niſi quòd ille Eccentricitatem Epicyclo (ut in Fig. III. delineatum) expreſſit & Kepplerus, præterquā quòd verum ſubjectum hujus motus nō ſolem ſed terram eſſe aſſereret, Ellipſin (qualis ferè fig. VII. declineata) loco circuli regularis quo ſolem terra reverà, terram verò ſol apparenter circuiret poſuerit. Quorum utrumq; quomodo Eccentrico paria faciat, partim dictum eſt in parte generali partim ad figuram allegatam.

Porro quia diverſorum ſeculorum obſervationes docuerunt, etiam Apogæa & Perigæa, item puncta æquinoctiorum, ut & maximas Declinationes Eclipticæ ſitum mutare, & (quod tamen Tychoni Keplero & Longomontano nō ſatis certum videbatur, quæq; ſe obſervaſſe hic putarent veteres, in eo majorem certitudinem deſiderabant) Eccentricitatem nunc augeri nunc minui, hinc natæ Hypotheſes de motu Apogæi & Perigæi, Præceſſionis æquinoctiorum, Trepidationis ſeu acceſſus & receſſus Eclipticæ, reſpectu æquatoris, & tandem mutationis Eccentricitatis: Et quia hæc omnia, excepto juxta quoſdam motu Apogæi & Perigæi, inæqualia, nunc celeriora, nunc tandiora, itaq; Anomaliæ illi determinandæ conſtituerunt circellos, in quorum Diametris motus ejuſmodi fierent, ita tamen ut temporum æqualium eorumq; motuum articuli reſponderent ſpaciis æqualibus non ipſius Diametri, ſed circumferentiæ. vide Fig. VIII.

Exco-

Excognito motu Solis proxima via patebat ad Lunam. Ac etſi Lunæ tùm per ſe, tùm ex relatione ad ſtellas fixas obſervandæ occaſio quotidie videbatur ſuppeditari; quia tamen ſufficientem ἀκρίβειαν denegare videbatur concurſus parallaxeon, ob quas, ut in parte ſphæricâ dictum eſt, alieno loco apparet; itaq; rectius ex relatione ad ſolem videbatur obſervari; nec deerat occaſio pro motibus mediis primo à ſole & conſequenter (ſeparato ſcilicet motu ſolis) etiam abſolutè (illud Mẽſes Lunares Synodicos, hoc Periodicos pariebat) idq; maximè in Plenilunijs Eclipticis, quæ quatuor valde notabilia Aſtronomos docuerunt.

1. Verum locum Lunæ; quo enim momento Eclipſis Lunaris apparebat maxima, eodem ſoli diametraliter opponi certum erat, ex ſolis ergo loco cognito Lunaris latere non poterat. 2. Intervalla diverſorum pleniluniorum docebant revolutiones motuum lunarium à ſole (uno verbo menſes) 3. Quòd non omnia plenilunia Ecliptica, & Eclipſes ipſæ non ejuſdem ſemper magnitudinis, nec in eadem plagâ reſpectu Eclipticæ eſſent, id erat argumento Lunam nunc propius nũc longius abeſſe ab Eclipticâ, adeòq; peculiarem à ſole orbitam habere, quæ tamen alicubi eam interſecaret. Puncta inter ſectionum nodos vocârunt Aſtronomi, Caput & Caudam Draconis Aſtrologi. 4. Quia Eclipſes quotannis in diverſis eſſent menſib⁹, inde colligebant, etiam nodos illos motum habere, & quidem contra ſucceſſionem ſignorum, quia Menſes Ecliptici annorum poſteriorum priores erant Menſibus ejuſdem generis in annis prioribs.

Atq;

Atq; ita perfuncti videri poterant Aſtronomi determinatione Theoriæ Lunæ, ſi motus, uti in orbita ipſius æquales ponebantur ita nobis etiam æquales apparerent. In æqualitas autem apparentiarum peperit primò Eccentricitatem ut in ſole & motum Apogæi. Sed quia illa ſola negocio non videbantur ſufficere, adjectus eſt circulus æquans. cum nec hic inæqualitates omnes expediret, Epicyclum etjam adjecerunt. Quæ omnia qualem motuum rationem habuerint, videre licet apud Ptolemæum, Purbachium eorumq; commentatores Regiomontanum & Reinholdum, item apud Mæſtlinum in Epitome Aſtronomiæ; hic autem pluribus perſequi nimis longũ foret, nec valde fructuoſum apud tirones: cum poſteriora tempora docuerint fruſtra quoad pleraq; hic fuiſſe veteres. Etſi enim motui Longitudinis & Latitudinis mediocriter ſatis factum erat; contrarium tamen apparentijs hoc accidit, ut lunam in quadraduris terræ duplo propiorem eſſe, adeoq; Diametrum viſualem majorem habere neceſſe foret, quam in Syzygiis. Quod cum repugnaret ſenſui; itaq; de novo quaſi in Hypotheſes lunares inquiſivit Copernicus: Hic circulũ lunæ tribuit terræ concentricum, ſed cum Epicyclo, quem ita poſitum paria facere Eccentrico apparet ſchemate hujus partis III. In locum autem æquantis ſubſtituit alium Epicyclum, qui â majori circumferretur, planetam autem ipſe deferret. ut delineavimus Fig. IV. Hæc Hypotheſis cum apparentiæ mediocriter ſatis facere videretur Tychoni, retenta ab ipſo eſt, additâ tamen pro majori, ut exiſtimabat, ἀκρίβεια, centro centro orbis Lunaris circello Anomalias penes A (ut videre eſt Fig. IV. modo dicta) in quo ita circumferretur ſyſtema Lu-

nare, ut tempore Noviluniorum ac Pleniluniorum ſupremam & â Terra remotiſſimam, intermedio tempore intermediam ejus partem obtineret. Atq; ita apparentiæ ſatis fecit ad minima ferè usq;, de quibus circa ſyzygias ſuſpicio ipſi oboriebatur, quam variationis circulo ipſi tamen ſyſtemati non inſerto adumbravit. Idem cum ipſo ſenſit Chriſt. Sev. Longomantanus diſcipulus ipſius. Kepplerus verò quemadmodum motum Elliplicum Soli, vel potius terræ circa ſolem (â quo ratione centri quidem immobili, peripheriâ tamẽ inſtar rotæ in clavo parieti infixæ circumrotato ipſa quoq; tanquam magnete quodam circum rotetur) ſemel aſſignavit; ita eodem modo lunam circa terram rotari ſtatuit, atq; ita ſatisfecit motui in Eccentrico, aut Epicycli in concentrico, ex parte etiam Epicycli ſecũdi. Quod autem ad huc reſtabat inæqualitatis, præſertim quod Tycho Braheus per Anomaliam centri exprimere volebat, id tranſcribebat Soli, cujus radiis pro diverſitate diſtantiæ mutuæ diverſimode afficeretur, ut jam celerior in motu, jam tardior eſſet. [*Videatur ipſe in Rudolphinis cap. 25. Epit. Aſtron. Copern. l. 4. Maria Cunitia in Urania propitia Theor. Lunæ.* hæc de Sole & Luna.

Quinq; Planetarum ſuperiorum motum cum ſolari complicatum, primo fere intuitu patuit; tùm quòd Venus & Mercurius Solem aſſiduè comitarentur & illa nunquam ad duorum, Mercurius ne ad unius quidem ſigni integri intervallum â duce illo ſuo recederent: tùm quòd ſuperiores, etſi peculiari quisq; motu ferri videretur, certâ tamen â ſole diſtantiâ retrogadi fieri inciperent, rurſumq; deſinerent. Hoc argumento erat primò Venerem & Mercurium, etſi circa Terram fer-

rentur (quem ſolis motum eſſe quo ſimul circum ducantur poſtea apparuit) peculiarium tamen motuum & circulorum centrum extra terram habere. Horum Dimetientes quanti eſſent, Ptolemæus collegit è maximâ ipſorum diſtantiâ à Sole. Motus illius circa proprii orbis centrum inæqualitatem quia diverſarum obſervationum momenta prodebant, itaq; ibi quoq; inquirebatur in loca Apogæorum & Eccentricitatum, propria vero orbium illorum centra ubi aut quæ eſſent, Ptolemæus & alii usq; ad Copernicum vel in medio reliquerunt, vel tanto intervallo infra ſolem eſſe ſtatuerunt, quantum requireret diameter Epicycli illarum. donec Copernicus deveniret eò, ut apparentiæ optimè quadrare intelligeret, ſi circa ſolem moveri ſtatuerentur. Hæc de inferiorib⁹. ad ſuperiores quod attinet; primò certum erat, & adhuc eſt, eos intra circulum motus ſui tùm terram, tùm ſolem includere. Poſtea de Marte evidentiſſime apparebat, centrum motus illius Terram ne dum exactum ſed nec verò propinquum eſſe, quia Diameter ejus viſualis tàm inſigniter major apparebat quando ſoli opponebatur, quàm aliàs, quando conjunctioni Solis vicinior erat. Certum ergò erat & ipſum in Eccentrico moveri, cujus centrum proprium in terrâ exactè non eſſet, ſoli autem ſi non in ipſo ſaltem tamen vicinius eſſet. Idem de Saturno & Jove ſtatuendum, ſuadebat ſimilis ratio; apparentiis præſertim à poſteriore ſuffragantibus.

Sed & inde apparebat, ſolem eos in motu ſuo obſervare, quòd ſole ab illis diſcendente cum paulo ultra tertiam partem circuli ab ipſis perveniſſet, retrogrado motu in cedere inciperent, idq; tantiſper, donec ſol in paro

parte ſiniſtrā eâdem diſtantia ab ipſis abeſſet. Quemadmodum itaq; inferiorum duorum hac in parte Anomaliæ per Epicyclos ſalvarentur; ita idem fieri neceſſe putabat Ptolemæus etiam in hiſce: ſemi diametros illorum Epicyclorum definiens juxta diſtantiam duorum ſtationis punctorum, motu tamen, quem centrum illius Epicycli interim conficeret, non neglecto. At verò hanc Hypotheſin eludebat Copernicus, & pro Retrogrado illo motu Epicyclis nihil opus eſſe oſtendebat, ſi concederetur hæc hypotheſis, quinq; Planetas æquè ac Terrā & Terram æquè ac ipſos circa ſolem tanquam centrum motus ſui (ſaltem ſcilicet prope verum) decurrere. Probabat hanc ſententiam Tycho Braheus, quoad ea quæ de Planetis circa ſolem currentibus dixerat, ita tamen, ut inferiorum duorum Orbes veri quidem eſſent reſpectu Solis, Epicycli autem reſpectu Terræ quam cum ſole circu irent. Quod autem idem Copernicus Terræ motum circa ſolem tribueret, ibi deprehendit eandem pro venire apparentiam, ſi Sol cum toto Planetarum ſeſe cingentium ſyſtemate terram ambire diceretur. Motum autem Planetarum circa Solem, quem Copernicus partim Eccentricitate, partim per Anomaliam centri in quinq; Planetis adumbrarat, ipſe ſimilem poſuit ei, quem cum eodem Copernico Lunæ circa terram tribuerat; hoc eſt mediantibus duobus Epicyclis. Et hanc ſententiam, præſcriptam quidem, ſed fati præmaturitate ab ipſo deſertam, retinuit, & excoluit Chriſtianus Severini Longomontanus, in ſua Aſtronomia Danica.

Kepplerus vero & Lansbergius acerrimi Aſtronomiæ Copernicanæ propugnatores, adhærere ſaltem

quoād generalia huic perrexerunt, imò Lansbergius etiam quoad pleraq; ſpecialia & potiſſimum formam motuum. Kepplerus autem loco duorum Epicyclorum Tychonicorum & Anomaliarum Copernicanarum Ellipſi (uti dictum) in demonſtrando eorum motu circa ſolem quemadmodum in ipſa ſolis ut & Lunæ Theoriâ uſus eſt.

Atq; ita ſatis rectè habere ſeſe videbatur relatio quinq; Planetarum ad ſolem, ut nullum videretur dubium, quin, ſi in ſole ſtantes illos intueremur, æquè cógruam calculo apparentiam eſſemus deprehenſuri, quam in ſole è terra conſpecto. Quærebatur ulterius, quid de apparentiâ eorum ad Terram & quibus principiis illa ſtabiliretur, ſtatuendum eſſet? Hic nihil aliud reſponderi poterat, niſi hoc; utrumq; ſitum, tùm ſolis quem ad Sphæram Fixarum, tùm Planetarum, quem ad ſolem haberent, primò ſigillatim contemplandum deinde inter ſe conferendos eſſe. Quo facto, tribus locis, ſolis nimirum, Terræ, & Planetæ per lineas rectas connexis, & eâ linea quæ â centro Terræ per centrum Planetæ ducebatur continuatâ usq; ad ſphæram fixarum locus Planetæ inter fixas qui è terrà aſpicientibus oſtenderetur facile patebat.

Atq; ita determinata ſunt principia ad motum Planetarum, ratione Longitudinis.

Quia vero deprehenſum eſt nullum eorum, unico ſole excepto, in Eclipticâ permanere, ſed plerunq; extra eam reperiri; ita tamen, ut ei nunc propiores eſſent, nunc remotiores, nonnunquàm in ſeptentrionali, nónnunquàm in Auſtrali Zodiaci parte apparentes; etiam hæc quomodo ſeſe haberent, videndum erat. Ac primò

qui-

quidem apparitio hæc diverſis in Plagis facta argumento erat, circulos eorum Eclipticã in duobus punctis ſecare. Unde duo oriebantur quæſita: *Primum* de ſitu punctorum interſectionis (quæ nodos vocant) ſecundũ de quantitate diſceſſionis illius, ſeu ut vocant Latitudinis, item inclinationis, ubi eſſent maximæ. Utriusq; determinationem docebat hæc proportionalitas 1. Sicut ſe habet differentia Latitudinum planetæ in diverſis locis conſpecti, ad diſtantiam ipſorum locorum; ita latitudo minor ad diſtantiam â nodo proximo (omnia in ſinibus ex Trigonometriâ) 2. Ut ſinus hujus Diſtantiæ ad ſinum latitudinis hujus minoris, ita ſinus totus ad ſinum Latitudinis ſeu inclinationis maximæ. Verumenimverò, quantumvis hæc res videatur expedita, non deerant tamen obſervationes, Anomalias cujusdam hac in parte ſuſpicionem moventes. Nodos ſcilicet Lunæ ultrò citroq; moveri & latitudinem in Syzygiis contrahi, in quadraturis vero dilatari, Tycho exiſtimavit, eiq; rei certas Hypotheſes conſtituit quas Longomontanus acceptavit, qui (poſt Tychonem in progymnaſm:) videri hac de re poteſt in Aſtronomiâ Danicâ l. 1. Theoric. c. 7. Kepplerus, etſi non videtur auſus fuiſſe directè contradicere, in negativam tamen harum perplexitatum videtur inclinaſſe, videatur & hic in Tabulis Rudolphinis cap. 31. Quid mihi poſt hæc carecta latere videatur (dictare mihi viſis Eclipſibus hoc παράδοξον, inclinationem orbitæ Lunæ in oppoſitionibus, diverſam eſſe ab ea quæ ſit in conjunctionibus, adeò, ut illic 18. minuta 5 gradus excedere, hîc 15 non implere videatur) alibi fortaſſe aperiam, in compendio ſufficiat monuiſſe. Hæc de latitudine Lunæ.

 In

In ſuperioribus verò Planetis, ubi veteres ad inclinationes quas Epicycli ad orbes Planetarum habere, atq; ita inclinationes eorum ad Ecliplicam nunc augere, nunc minuere viderentur; (vide poſt veteres Mæſtlinum in Epit Aſtronomiæ) recentiores deprehenderunt, rem totam dependere ex hoc principio Optico; quod remotiora minori, propiora majori angulo viderentur; hinc majorem quidem quàm revera eſſet, apparere Latitudinem Planetæ ſi eſſet ſitus in parte circuli à terra remotiore, majorem ſi in propiore. Atq; ita ſe habet inventio Hypotheſium.

USUS conſiſtit in calculo Trigono metrico, ex quo loca & ſimiles affectiones Planetarum vel immediate, vel mediantibus Tabulis artificio itidem Trigonometrico extructis computantur. Data pro calculo Trigonometrico ſunt, ut aliàs, anguli & latera. Angulorum mẽſura ſunt arcus circulorum in quibus numerantur motus medii; latera ſunt radii circulorum in quorum peripheriis motus medii numerari ſunt, unde reliqua latera & anguli pro notitiâ ſitus & ſimilium affectionum Planetarum eliciuntur.

Exemplo ſint Sex quaſi PROBLEMATA. 1. Computandus ſit ex fig. III. motus Solis K qui fieri concipiatur vel cum Longomontano in Epicyclo, ita ut motũ ejus medium ab Æquinoctio deſignet in concentrico quidem arcus Vm, menſura anguli Vam: à linea Apogæi verò in Epicyclo arcus KL menſura anguli KmL, cujus complementum ad 180. ſit Angulus AmK datus præcipuè pro calculo Trigonometrico. Pro lateribus datur proportio laterum Km, & Am, unde innoteſcit loco proſthaphæreſeos, mediante computatione angu-

lus

lus K a m, quo addito ad angulum medii motus Vm ſeu VAm, habetur verus locus Solis. Si verò Sol concipiatur moveri immediate in Eccentrico, ut ferunt Hypotheſes Tychonis, tunc iterum motus medius ab æquinoctio, dat tanquàm ſui complementum diſtantiam ejus à linea Apogæi KBc. & hujus complementum ad 180. Angulum ABK. pro lateribus datur proportio Eccentricitatis AB, ad radium Eccentrici BK, inde innoteſcet per calculum angulus AKB cui æqualis KAB, quorum adeò ſi illum à diſtantiâ ab Apogæo ſubtrahi, vel hunc motui medio ab æquinoctio addi conceperis, habebis iterum verum ſolis locum.

II. Si motum alicujus Planetæ qui duplici Epicyclo moveri concipiatur, ut ſidus * Fig. IV, (qualem Copernicus & Tycho Lunæ circa terram, idem Tycho eumq; ſecutus Longomontanus Planetis ſuperioribus circa ſolem aſſignavit) computare volueris, ſolvenda veniunt duo Triangula, primum eſt Acd, eodem prorſus modo ſolvendum cum Triangulo AKm Figura III. datis quippe ex motibus mediis angulis eCd, CAB, item fdg (duplo anguli efd aut CAB) lateribus vero in primo triangulo CA, cd, unde elicitur angulus AdC, item cAd, tanquàm proſthaphæreſis primi Epicycli, ut & latus Ad, quòd datum cum latere dg & angulo Adg, qui differentia eſt anguli gdf initio dati, ab angulo Adf modo invento, dabit angulum dBg, proſthaphæreſin ſecundam quæ cum priori ſubtracta angulo cAB tanquàm motu ab Apogæo, verùm locum vel Lunæ circa terram, vel alterius Planetæ circa Solem quem centricum vocant, exhibebit,

III. Ano-

III. Anomaliarum ejuſmodi motus qualis in fig. IV. ad literam A, delineatus eſt, computatio ita habet ut vides figurâ ad latus appoſitâ; nimirum, ut ſinus totus ad radium circelli ab, vel ac, ita ſinus verſus anguli b a d, ad particulam ed, vel anguli bac, partem Diametri cd.

IV. Ellipticus motus Keppleri nec ratione communi Trigonometricà computari, nec, cujusmodi ſit, compendioſè oſtendi poteſt, (videatur ipſe Epit. Aſtr. Copernic. l. 5.) Sed brevius ex tabulis ab ipſo extructis quas Rudolphinas vocat, colligitur, quas faciliores adhuc exhibuit Maria Cunitia in Urania propitia.

V. Si cujusdam ex quinq; Planetis locus & ſitus quem ad terram habet requiratur, inſpiciatur figura Univerſalis altera, ubi inter alia ſciendum punctum f vel F. vel g. oſtendere ſitum æquinoctii medii in cœlo, illa reſpectu Terræ, hoc (g) reſpectu Solis. Adeoq; ex problemate primo præſupponendus aut inquirendus venit locus Solis, ejusq; diſtantia ab æquinoctio, quam deſignat arcus fo, menſura anguli OTf exhibentis gradus quibus Sol ab æquinoctio in terra apparente F, diſtat. Deinde quæratur Planetæ ſitus reſpectu Solis quẽ oſtendit in Venere angulus Vog, in Jove Iog menſurans diſtantiam horum Planetarũ ab æquinoctio medio, reſpectu ſolis (hoc eſt quantum in de diſtare perhiberentur ſi ſtantes in ipſo Sole ipſos intueremur) Verus deinde illorum locus ab æquinoctio, ille, Vog, ſubtractus, hic, I o g, additus angulo Tog, efficit pro Jove angulum, ToI, pro Venere ToV. Cum hoc angulo dantur duo latera, nimirum cum latere To (diſtantia Solis à Terra) in Jove Latus OI, in Venere OV (diſtantiæ illorum à Sole)

ſe)& calculo Trigonometrico exhibetur illic angulus OTI, hic OTV, quorũ differentia ab Angulo OTſ, (verâ diſtantiâ Solis ab æquinoctio) illorum diſtantias veras ubi eodem æquinoctio quas Longitudines veras ſeu apparentes (è terra ſcilicet) Aſtronomi vocant, exhibebunt. Eadem ratio eſt cum loco Saturni litera S.

V. Eclipſeon calculi præcipua capita ſunt hæc: primo inquiri ſolent loca Solis & Lunæ ad diem Novilunii Ecliptici ſecundum Longitudinem & Latitudinẽ, item Diametri viſuales, craſſities umbræ in loco tranſitus Lunæ, parallaxes. (diverſa omnia pro diverſitate diſtantiæ luminarium à ſuis Apogæis ſeu Anomalia ut ſuprà vocari audivimus) Hinc tranſitur ad calculum conjunctionis vel oppoſitionis Luminarium veræ & in conjunctionibus etiam viſæ ſeu apparentis. Collatio horum, ſitum, magnitudinem, durationem & ſimilia attributa Eclipſeos ſuppeditabit.

Et hæc omnia abſolvi poſſunt vel per Trigonometriã abſolute (ut fecit ex veterib⁹ Ptol. cõſer Regiom. ex recentioribus Pitiſcus inter problemata Aſtron. Trigonometriæ adjecta, item Lõgomontanus & Lansbergius) vel ex Tabulis proſthaphæreſeon ſeu æquationum & ſimiliũ quas præter veteres, Ptolemæum, Alphonſinos, Copernicum, ediderunt Reinholdus, Longomontanus, Kepplerus, Lansbergius, Eichſtadius. quas huc apponere, adeoq; ſcrinia horum authorum compilare præter inſtitutum noſtrum exiſtimavimus, clariorem omnium explicationem Deo volente auditoribus noſtris, ſi qui ſunt futuri, non denegaturi. Aliis ad authores quos modo laudavimus remiſſis, quorum quis ſit optimus, uti definire hoc præſertim in loco, meum non eſt; ita collatio calculi ex iis ſuſcepti cum apparentiis quemq; pro induſtria ſua docebit. Atq; hic etiam Compendii Aſtronomici quo ad præcepta ut vocant, finis eſto. De reliquis quæ huc pertinere viſa ſunt figuræ cum ſuis explicationibus videri poſſunt.

Explicatio Figurarum ad Compendium Aſtronomicum pertinentium.

PRimo: Duæ Figuræ Univerſales in primo folio æneo comprehenſæ, nulla egent explicatione diverſâ ab eâ quæ vel eſt aſcripta, vel habetur & citatur in compendio ipſo ad pag. 47.

Figuræ partis Sphæricæ eodem folio æneo cũ prioribus modo dictis delineatæ intelligendæ ſunt, uti ſequitur.

Fig. I. Continet adumbrationem ſphæræ armillaris cum ſuis circulis, ubi ABC, Horizon. ADCE, Meridianus. HBKI æquator. LM Zodiacus. NBFI, colurus æquinoctiorum. LNM, colurus Solſtitiorum tali ſitu Sphæræ Meridiano παράλληλος. MP Tropicus capricorni, LQ Tropicus cancri, RS polaris Arcticus. Alter oppoſitus penes F, præfulcimento Horizontis non ſatis viſibilis, Antarcticus. O, Terra. FONG linea, axis mundi. F, G poli, G quidem Arcticus, F Antarcticus. B, I, puncta æquinoctialia, LM puncta Solſtitialia. D punctum verticale ſemith. Oppoſitum illi penes E nadir. GC altitudo poli, cui æqualis DT, Latitudo loci. AT Altitudo æquatoris. LP, item MQ, diſtantia Tropicorum. HL item HP item MK, KQ maxima declinatio Eclipticæ, cui æqualis NS item FX, Diſtantia poli Eclipticæ S vel X à polo mundi N vel F.

Fig. II. & III. Faciunt pro explicatione circulorum ſecundariorum per literas minuſculas. Majuſculæ autem idem ſignificant quod in primâ figurâ. v. g. HK æquatorem, LM Eclipticam, SV, ejus polos. punctum æquinoctiale utrumq; ut & globus terrenus antea per O deſiſgnatus incidunt hîc in B, puncta ſolſtitialia ſunt, ut ante L & M. PMLQ Tropici, RS, VW Polares.

Ad novos itaq; & ſecundarios circulos Fig. II. delineatos ut accedamus, FaG, FbG, FcG, FdG & ſimiles per modum colurorum æquatorem & ejus polos tranſeuntes, ſunt circuli declinationum, quales concipiuntur duci, quoties de declinatione alicujus ſtellæ agitur. qualem exprimunt inter alia arcus ae, tanquàm declinationem ſeptentrionalem, ai, tanquàm Auſtralem &c. Et eodem modo quo declinationis circuli, horarii etiam ducuntur. Sed

per

per intervalla quindenorum graduum æquatoris, numeratorum vel à puncto æquinoctii verni, vel à quovis pũcto æquatoris Meridianum ſtringente. Lineæ ductæ per puncta fgK. denotant horũ punctorum parallelos, quos in motu ſuo ad æquatorem deſcribere cõcipiũtur. In Geographicis ducũtur etiã per loca globi terreni, & ibi arcus ae, ai vocatur latitudo loci, ille ſeptentrionalis, hic Auſtralis, ubi puncta eadem in terra concepta, ad eadem in cœlo concepta talem habent reſpectum, ut hæc cœleſtia ſemel quotidie vertici illorum immineant & cum puncto verticali Semithconicidant. Et tales paralleli duci vel concipi ſolent infiniti, quoties nimirum in Aſtronomicis aliqua ſtella, & in Geographicis aliquis locus dicto modo examinatur. Circuli SecV, ShyV, SKV, ſunt circuli longitudinum, primus punctorum e, c, ſecundus punctorũ h, y; Terti⁹ K. Circuli lm, no, ſũt circuli determinãtes latitudinẽ Eclipticæ. poſſent etiam per alia puncta duci eorumq́; latitudines ita determinare, ſed ſine uſu notabili. Satis enim videtur tùm pro imaginatione, tùm pro calculo, ſi dicamus, arcum, vg, hp, in circulo longitudinis eſſe latitudinem puncti h, & quidẽ ſeptentrionalem, arcum dp Auſtralem puncti d. Item diſtantiam per radium & ſimilia inſtrumenta capi ſolitam oſtendunt arcus ducti à ſtellâ e, vel h, vel etiam c, ad punctum b.

Fig. III. ABC, iterum eſt Horizon, D, punctum verticale ſemith dictum. E verticali oppoſitum Nadir. Circuli per hæc puncta ducti ſunt verticales, ex quibus præcipuus eſt meridianus.

Duci autem concipiuntur, quoties puncti alicujus, v. gr. f, g, h, i, k, &c. altitudo ab Horizonte per quadrantem aut ſimile inſtrumentum obſervatur. iK, lm, no, ſunt circuli altitudinum dictorum punctorum. pq, infra Horizontem παράλληλως & tanto intervallo deſignata ut ſole in ea conſtituto, crepuſculum vel incipiat vel deſinat, eſt linea crepuſculi.

In genere autem de tribus figuris hactenus dictis notandum quod prima & ſecunda repræſentent ſitum ſphæræ obliquæ, tertia verò, ſi polos mundi coincidere concipias cum punctis A & C, rectam, ſi cum D & E parallelam & in parallela omnes verticales quotidie bis cũ coluris, horariis & declinationis circulis coincidere

 Fig. IV. Ad-

dimidii ferè. Reliqua quadrantis ſubſarcimenti quaſi inſtar ne facile frangatur ſuffixa, ferrea, Horizontis lignea ſunt. Diviſiones graduum limbi, ut & forma pinacidii in regula quadrantis ad mẽtem quàm proximè Tychonis, quam in Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanicâ expoſuit, facta ſunt. reliqua per ſe patent.

Fig. VI. Eſt radii & tubi optici pro obſervatione diſtantiarum & Diametrorum viſualium.

Fig. VII. Sextantem exhibet, ejusq; tractationis modum â duobus obſervatoribus, ei ferè ſimilem, quem Tycho Braheus pro obſervatione diſtantiarum requirit.

Explicatio Figurarum ad Theoriam Planetarum pertinentium.

Figura I. exhibet Theoriam Mercurii ut ea à veteribus deſcripta eſt, omnes ferè circulos, quos in Theoriis Planetarum commenti ſunt, continentem. A eſt centrum Mundi, videlicet Terra, B & H centrum Eccentrici ad regulam circelli BIHK nunc propius terræ accedens, nunc ab ea recedens. FC, (vel potius totum planum album in cujus medio eſt FC) Eccentricus, comprehenſus intra duas partes circuli ſemi denigrati L & P qui vocatur Eccentrus Eccentri. partes D & E, adhuc nigriores factæ, ſunt eæ ex quibus quaſi compoſitus eſt deferens Apogæi & Perigæi.

F eſt Epicyclus in quo movetur Planeta juxta veteres, ita ut ſit directus in a, retrogadus in b, ſtationarius in c. Talem motum retinuit Tycho Brahe in Venere & Mercurio, & quidem ita, quod veteres ignorarunt, ut centrum illius proxime ſaltem eſſet ipſeSol, circa quem in hiſce tanquam propriis orbibus non ipſe Planeta imediatè, ſed primo Epicyclus major, in hoc Epicyclus minor, in hoc demum tanquam minore Epicyclo planeta moveretur, tali modo qualis Fig. IV. quæ mox ſequetur, expreſſus eſt.

Circulus tranſiens per G eſt æquans, & quemadmodum ille interſecat Eccentricum tranſeuntem per C & F, ita orbes omniũ Planetarum excepto Sole, qui perpetuo in Ecliptica movetur, interſecant Eclipticam. Puncta in quibus fit interſectio f & g, vocantur ab Aſtronomis Nodi, ab Aſtrologis, præſertim in Lunâ,

 caput

caput & cauda Draconis, ubi vero maxime ab invicem diſtant, vocantur limites, penes F quidem ubi ad Boream vergit Boreus, penes e vel h Auſtrinus. Ita inquam ſe res habet, quando linea circularis FgCf, ponitur Ecliptica, fGgh, verò Eccentricus. quando vero (quod proprium eſt hujus figuræ, quatenus Theoriam Mercurii veterum, tanquam capſam Mercatoriam omnium Planetarũ circulos continentẽ exhibet) ille prior pro Eccentrico, poſterior pro æquante habetur, tunc puncta hæc propriis nominib⁹ carent.

F eſt Apogæum Eccentrici, C perigæum ejusdem, Dd eſt Apogæum Epicycli, e perigæum ejusdem.

Fig. II. Exhibet quosdam terminos veterum, qui ab hodiernis quibusdam in tabulis adhuc uſurpantur, licet formâ Hypotheſeon nonnihil diversâ. F, G, H, V, ſunt Epicycli. numeri minuſculi aſcripti Epicyclis, F & G denotant ſcrupula proportionalia. Differentia qua arcus Ca, differt ab arcu Eb, vocatur diverſitas Diametri. Differentia arcus cd, vel ed, qua differt ab arcu Ca, vocatur Exceſſus. Reliqua quia hodie non amplius facile occurrunt, prætermitto. qui plura de his & aliis veterum terminis cognoſcere cupiunt, videre poſſunt Theorias planetarum Purbachii cum commentariis Reinholdi, & Epitomen Aſtronomicam Mæſtlini.

Fig. III. Oſtenditur, quomodo Epicyclus in circulo Concentrico deferens planetam aut minorem Epicyclum, ita ut radius ej⁹ cd, ef, gh, &c. ſemper ſit vel in ipſa linea Apogæi, gh ABcd, (ut in loco ſupremo & infimo) vel ipſi parallelus (ut in reliquis locis) paria facit Eccentrico dfhik, quam formam Longomontanus retinuit in Theoriâ Solis, aliis nude Eccentricum uſurpantibus. Eſt autem punctum d, Apogæum ſi terra, Aphelium, ſi Sol penes A ponatur. quemadmod. cõtra h illo caſu perigæũ, hoc periheliũ dicitur.

Fig. IV. Oſtenditur ratio Epicycli duplicis quẽm Copernicus adhibuit, in deſcribendo motu Lunæ, Tycho & Longomontanus tùm in Lunâ, tùm in reliquis planetis, excepto Sole. Sit A Terra in Theoriâ Lunæ, Sol in Theoria reliquorum; B vel C centrum Epicycli majoris, deferentis centrum Epicycli minoris eodẽ modo ut fig. antecedente ipſum planetam. Luna vero vel alius planeta

Digitized by Google

neta f, moveatur in Epicyclo minore â puncto f, C.S.S. hoc eſt cō-tra ſucceſſionem ſignorum, motu duplici ad motū centri Epicycli minoris, â puncto e, hinc angul⁹ cdg, dupl⁹ eſt anguli eCd. &c. Vocatur autem penes centrum A, arcus Kn, aut Kmln, numeratus in quibus dam Hypotheſibus â puncto K, in quibusdam â puncto I, Anomalia centri. Item arcus BC, vel angulus BnC, Anomalia (ſimpliciter dicta) ſubtracto autem angulo CAg, coæquata.

Fig. V. Eſt Tychonis, (niſi quod paucæ lineæ punctatim ductæ â me clarioris doctrinæ causâ adjectæ ſint) δοκιμασίας quaſi cauſa obſervationum ad principia calculi transferendarum, huc translatum, oſtendens modum quem in obſervatione Eccentricitatis Solis adhibuit. E eſt centrum Terræ per quod ducta linea HZO & iterum alia huic ad angulos rectos LET oſtendens æquinoctia, Vernum in T, Autumnale in E, in quibus quia plus Temporis conſumitur â Verno ad Autumnale, ſole currente â T, verſus H ubi Apogæum eſt, quàm ab Autumnali ad Vernum, Sole currente ab L, per O ubi perigæū in T: Itaq; arcus THQ major eſt quam LPOT. Q deſignat introitum Solis in medietatem Tauri, â qua ducatur recta per centrum Terræ QEP, & connectatur P, per rectam PT, cum loco vero æquinoctii, poſiti (ut dictum) in T, & ab eodem P, ducatur perpendicularis PQ. ducatur etiam â centro Z, linea ZQ, & perpendicularis occulta ZV. Arcum TQ, metitur numerus graduum & minutorum quos medio motu ſol conſumit ab æquinoctio ad diē ab æquinoctio. 46.h. 2. 55pr, quo Sol obſervatus eſt obtinere mediam partem dodecatemorii Tauri. Eſt autem ille numerus grad. 45. 27. pr. 34. ſec. Spacio autem temporis ab æquinoctio Verno in autumnale elapſo reſpondent dies 186. H. 18½ cui quia in medio motu Solis respondent gr. 184. 5. pr. 24. ſec. itaq; ejus complementum ad totum circulum, arcus inferior LOT, continebit gr. 175. 54. pr. 36. ſec. Angulus vero TEQ, quia deſignat apparentem motum Solis ab æquinoctio ad medietatem Tauri, erit gr. 45. Arcus QT, antea numerati dimidiū (quod eſt menſura anguli QPT, in circumferentiâ) eſt gr. 22. 43. pr. 47 ſec. angulus PET, (tanquam complementū ad duos rectos anguli PER, æqualis angulo TEQ, gr. 135. quo addito ad angulū QPT, & ſub-

Digitized by Google

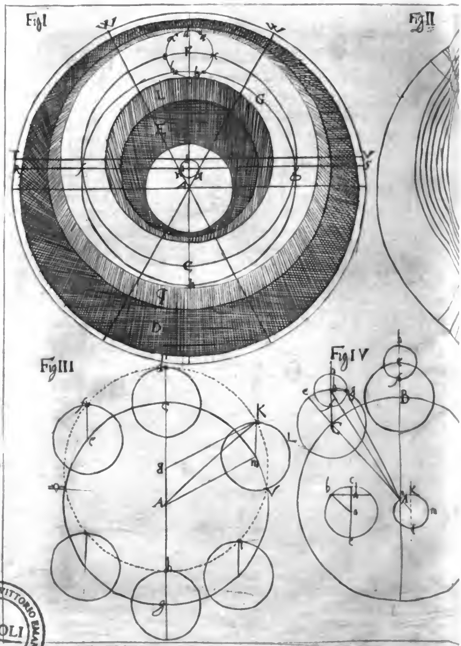
ſubtracto à duobus rectis, reſtat angulus PTE, ſeu PTR, 22. gr. 16. pr. 13. ſec. cujus duplum eſt arcus LP, qui ſubtractus ab LOT, 175. 54. 36, relinquit 131. gr. 22. pr. 10. ſec. quibus reſpondet chorda PT. 18225868. Addendo deinde POT, ad TQ, fit arcus POTQ, cujus chorda PQ, 19991342. Sinus anguli PER, (gr. 45. ut dictum) eſt 7071068. qui ut ſe habet ad totum ſinum, ita ſe habet PR ad PE, ut vero chorda PT, ad ſinum totum, ita ſinus anguli PTR, ad PR, 6907168. unde PE, 9768210. quo ablato à PQ, reſtat PQ. cujus medietas eſt VQ. 9996171. quam determinans ducta ZV, facit angulum rectum in V. Lineam *ZV*, ſic menſurabimus. Complementum arcus POQ, ad ſemicirculum (PS) eſt 3. gr. 10. pr. 16. ſec. hujus ſinus 553182. cujus dimidium eſt ZV. EV, vero datur per ſubtractionem QV a QE, provenitq; 227961. Unde calculo Trigonometrico provenit angulus ZEV, 50. gr. 30. pr. menſurans diſtantiam Apogæi à puncto Q, cui addita diſtantia medietatis Tauri ab æquinoctio, 45. gr. provenit locus Apogæi 5. gr. 30. pr. Cancri. Eodem modo etiam in alterâ parte circa medietatẽ Leonis calculus poterit inſtitui, ita ut literæ Q, P, R, S ſint κ, π, ρ, σ, niſi quod motus hactenus ab æquinoctio verno numerati ad medietatem Tauri, ibi numerandi ſint â medietate Leonis ad æquinoctium autumnale.

Fig. VI. Continet delineationem Eclipſeon, ubi A ſit Sol, B Terra, C Luna in Eclipſi Lunari, *D* iterum Luna in Eclipſi Solari. ELG, globus Terrenus, EF, umbra terræ quam Luna ingreditur ſub oppoſitione ad Solem in Eclipſi Lunari, quæ cauſa eſt quòd tunc â Sole illuminari non poſſit. Contra fit conjunctio Ecliptica pariens Eclipſin in Sole, Lunâ conſtitutâ in D. Hæc totum ſolem tegit habitantibus in G, ex parte (nimirum partem inter H & I) habitantibus in K, habitantes vero in L, ſolem totum & nullam ejus Eclipſin videbunt.

Loco Fig. VII. pag. 37. citatæ vide Geometriam vel ipſũ Keppl. Epit. Aſtr. Cop. Satis etiam de hac parte, reliqua explicationi noſtræ vel publicæ vel privatæ reſervata eſto. qua qui frui nequeunt vel nolunt, adeât authores antea citatos ad quos hæc πρὸ ὁδοῦ futura plane confido.

FINIS.

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

In fine Aſtron
II

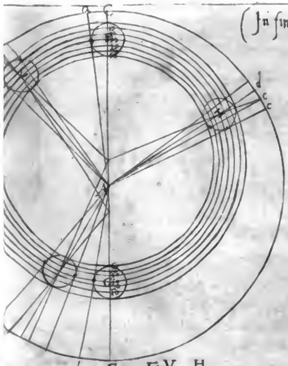




Fig V

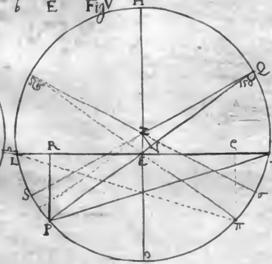


Fig VI



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

COMPENDIUM GEOGRAPHIÆ.

GEographia eſt ſcientia menſurandi globum terrenum. Dividitur, ut aliæ, in partem generalem & ſpecialem. *Generalis* principia & affectiones in genere docet; *Specialis* ad ſingula quæ in hac ſcientiâ conſideranda ſunt ea applicat.

Principia ſunt vel communia vel propria. Communia eadem ſunt quæ in Aſtronomiâ, & in ejus parte primâ quæ ſphærica dicitur, commemorata ſunt (exceptis Geographicis quæ hîc non principia ſed principiata ſunt) videlicet, Geometrica Arithmetica, Phyſica, & ex ijs quæ in ipsâ Aſtronomiâ nata ſunt, decem circuli principales qui in Sphærâ armillari fabricati ſunt, ex ſubordinatis vero paralleli æquatoris ſpecialiter ita dicti, item Horarii.

Principia Geographiæ propria ſunt circuli terreſtres circulis cæleſtib⁹ modo commemoratis ἐπάλληλοι, & lineæ nauticæ quas Hiſpanico vocabulo Rhombos vocant, hoc eſt lineæ in globo terreſtri, â centro pyxidis nauticæ ad certa loca juxta ventos eò deferentes ductæ. Affectiones Geographicæ itidem vel communes ſunt vel propriæ. Communes ſunt vel cum Geometriâ vel cum Aſtronomiâ, illæ ſunt Figura & Magnitudo, hæ proportio ad cælum, ſitus & immobilitas.

Digitized by Google

Propria affectiones Geographica ſunt:

1. Diviſio terræ juxta circulos & phænomena cœleſtia, unde reſultat longitudo & latitudo locorum cum ſuis differentiis.

2. Diviſio ejusdem juxta proprias ſui partes, Terram, aquas, regiones &c. Et ex hac conſideratione variæ Gegraphiæ partes varia acquirunt nomina, ut ſunt Geodæſia, *γεωδαισία χωρογραφία, τοπογραφία, ἐπιπεδομετρία, ὑψομετρία, ὑδρογραφία.*

De Figurâ ſciendum, terram & aquam terræ interfuſam unum rotundum globum ſimul conſtituere.

Magnitudo ejus ad cœlum extremum collata inſenſibilis eſt, habens rationem centri, è quo præciſè medietas cœli ſupra Horizontem appareat. Circulo autem magno Terræ proportionaliter ad cœlum collato & diviſo, deprehenſum eſt, gradum circuli magni, hoc eſt partem tercenteſimam ſexageſimã circuli cœleſtis in Terrâ efficere quindecim milliaria Germanica, quorum ſingula bihorii circiter ſpacio ab expedito cõfici poſſint.

De ſitu ſciendum, ſitam eſſe in mundi centro immobilem, ſaltem ad ſenſum.

In ordine ad circulos cœleſtes globus Terrenus dividitur. 1. In quinq; Zonas, unam intra duos Tropicos æquatorem in medio includentem, quæ vocetur Torrida; duas intra tropicum alterutrum & polarem proximum, quæ dicantur Temperatæ, alias duas intra peripheriã cujusq; polarium, quæ vocentur frigidæ.

2. Alia diviſio ratione circulorum fit per parallelos æquatoris, numeratos vel ſecundum gradus Meridiani

diani

diani, vel ſecundum certa intervalla horaria, quibus longitudo diei longiſſimi creſcit vel decreſcit,& vocantur climata. Eſt autem illud intervallum juxta communem Geographorum conſuetudinem quadrantis horæ qua medietas climatis cujusq; differt ab extremis antecedentis & ſequentis; ut ita Totius climatis latitudo ad ſemihoram extendatur, & circuli tale clima determinantes κατ' ἐξοχὴν paralleli dicuntur.

3. Quidam habitant ſub Sphærâ Rectâ, quidam ſub obliquâ, quidam ſub parallelâ:

4. Longitudo loci eſt arcus æquatoris interceptus intra Meridianum primum & alterum dati loci, Meridianus ille primus (Ptol ſcilicet) veteribus ducebatur per inſulas Fortunatas: ab hodiernis per Inſulam S. Michaëlis, fortunatis paulo occidentaliorem; Aſtronomi per eum quisq; locum ad quem motus cœleſtes eorumq; Epochas primario computant. Latitudo loci eſt arcus Meridiani interceptus inter æquatorem & punctum verticale. Ipſius altitudini poli perpetuò æqualis.

5. Diſtantia locorum à longitudine & latitudine denominata eſt vel ratione alterutrius tantùm vel ratione utriusq;. item. vel juxta eandem plagam Septentrionalem vel Auſtralem, vel juxta diverſas.

6. Diverſi habitatores ad diverſos ſitus reſpectu Meridiani vel Æquatoris (tanquàm maximè principalium) conſiderati ac collati, ſunt vel perioeci περίοικοι, hoc eſt, in diverſis medietatibus ejusdem meridiani, ſed in eodem parallelo; vel ἄντοικοι ſub eadem medietate meridiani in diverſis parallelis; propriè talibus qui ſinguli octavâ Meridiani parte ab æquatore alter verſus Septentrionem, alter verſus Auſtrum diſtent, & ἀντίποδες in locis Terræ Diametraliter oppoſitis habitantes.

Phænomena cœleſtia varietatem affectionum Geographicarum in Terris facientia ſunt Lux & Umbra, ortus & occaſus ſiderum, æquinoctia, ſolſtitia, & hinc reſultantia, quatuor Anni Tempora, Diverſa Longitudo dierum.

Juxta Umbram Solis Terrarum incolæ conſiderantur vel abſolutè vel in reſpectu ad invicem. Abſolutè in hoc genere conſiderati ſunt ἄσκιοι, ἀμφίσκιοι, ἑτερόσκιοι & περίσκιοι. Hoc eſt, qui habent umbram vel nullam prorſus (in meridie) vel utramq;, vel alterutram, vel circum circa verſus omnes Terræ plagas.

In reſpectu ad invicem conſiderati ſunt Μακρόσκιοι, βραχύσκιοι, ἀντίσκιοι. Id eſt, qui habent umbram reſpectu aliorum vel longam vel brevem vel oppoſitam.

Reſpectu Ortus & Occaſus ſiderum quædam Terræ loca habent aſcenſionem ſiderum tantùm rectam, illamq; omnium cœleſtium φαινομένων, ut nullum illis perpetuò vel appareat vel occultum ſit, ſed omnia ſucceſſive oriantur & occidant, ut in Sphærâ rectâ, quædam nullam prorſus aſcenſionem, ſed perpetuam alterutrius cœli medietatis circum girationem, & φαινομένων illius apparentiam, alterius occultationem, ut in Sphæra parallela. Pleraq; utramq;, ut ſcilicet quædam ſidera perpetuò illis appareant, quædam perpetuo lateant, quædam ſucceſſivè oriantur & occidant, ut in Sphærâ obliquâ.

Æquinoctia omnes habent eodem Tempore; ita tamen, ut quibusdam, (habitantibus ſcilicet in Sphærâ Parallelâ) dies artificialis & nox ei reſpondens, utraq; ſemeſtre æquet, quibusdam, nimirum Sphæram rectâ habitantibus ſolſtitiorum inſtar ſunt, ut ita quatuor habeant

beant

beant ſolſtitia, bina cum æquinoctiis, bina cum ſolſtitiis noſtris. Et hæc quæ nos ſolſtitia vocamus ut ipſi ita alii omnes habēt, niſi quod hiberna ab iis qui Sphæram parallelam habitant oculis (Sole quippe ſub terrâ ſito) notari non poſſint.

Dies Artificialis in Anno longiſſimus ut & nox [ille æſtivo, hæc hiberno tempore] creſcit ſucceſſivè ab æquatore, ubi duodecim horarum eſt, donec ad ipſum ſemeſtre aſcendat, quod fit ſub alterutro polorum.

Æſtas in Zonâ torridâ, hiems in frigidâ perpetuo durat Aſtronomice loquendo [hoc eſt, Sol talem ſitum habet ad punctum verticale eorum qualem habet ad noſtrum ejusmodi temporibus] quod autem itineraria nonnullorum aërem in particularibus quibusdam locis adeò temperatum prædicant, id ſine dubio eſt à ſingulari terræ in ejus modi locis in primâ creatione indita conditione, cœleſtem influentiam temperante.

Diviſio globi terreni juxta proprias ſui partes fit vel in ſpecies, vel in partes integrantes.

Diviſione in ſpecies, partes globi terreni ſunt duplices, terreæ & aqueæ, utræq; vel Naturales, vel artificiales. Naturales Terreæ ſunt; Continens, Inſula, Peninſula, Iſthmus, Mons, Promontorium, Clivus, rupes, jugum, cacumen, fauces, caput, collis. vallis, convallis, campus, ager, arvum, pratum, paſcuum, ſilva, lucus, nemus, ſaltus, arbuſtum, virgultum, dumetum, littus. Artificiales partes Terreæ ſunt; Regio, Regnū Territorium, Provincia, Civitas, urbs, oppidum, metropolis, cænobium, Academia, colonia, Emporium, caſtellum, arx, vicus, pagus, villa, tugurium.

Partes globi Terreni Naturales Aqueæ aut ad quas

ſpectantes itidem ſunt vel majores vel minores. Major eſt Oceanus, isq; quadruplex, Orientalis, Occidentales, Boreus & Auſtralis; plura tamen adhuc nomina ſortiti, â partibus terræ adjacentibus; ut Sarmaticus, Scythicus, Hyperboreus, Sericus, Chinenſis, Indicus, Perſicus, Arabicus, Æthiopicus, Atlanticus, Gallicus, Cantabricus, Aquitanicus, Britannicus, Hibernicus, Caledonius, Germanicus: minores ſunt, mare ſpecialiter ita dictum Item ſinus, freta, fontes, putei, oſtia, lacus, ſtagna, fluvii, amnes, torrentes gurgites, paludes, rivi.

Maria, quatenus Oceano contradiſtinguuntur, ſinus quaſi illius ſunt; majores in quos aqua Oceani influit: Numerantur autem quinq; 1 ſinus Codanus ſeu mare Balthicum 2 ſinus Atlanticus ſeu mare mediterraneum. 3 ſinus Perſicus, ſeu mare Perſicū. 4 ſinus Arabicus, in ſacris literis mare rubrum. 5 Quintum veteres putârunt mare Caſpium, quem tamen Ptolemæus ſuſpicatus eſt, & recentiores αὐτοψίᾳ deprehenderunt lacum eſſe, terrâ continēti undiquaq; incluſum. Poſſet autē in loco ejus commemorari ſinus Gangeticus cum Archipelago. S Lazari illi adhærente. Et hi ſunt ſinus majores, oceano nimirum tanquàm alteri parti maris univerſi contradiſtincti, præter quos etiam dantur minores ſinubus hiſce & mari contradiſtincti, ut Adriaticus Peloponneſiacus & alii ferè infiniti â tabulis regionum particularibus deſcripti.

Porrò omnium ferè marium partes tres ſunt, prima navigabilis, ſecunda ſtationibus apta, (cujus modi ſunt ſinus pleriq;) tertia nec ſtationi nec navigationi apta, ut Syrtes & ſimilia loca. Et hæ ſunt partes aqua-

ticæ

Digitized by Google

ficæ naturales: artificiales ſunt portus, lacuna, piſcina ciſterna.

Partes globi terreni integrantes ſunt vel Majores quæ alias continent, vel minores & ſub majoribus illis contentæ. Majores olim numeratæ ſunt tres; Europa Aſia & Africa, hodie quinq; vel ſex, imò ſeptem cōmemorari poſſunt. Suntq; duplices cognita (ſaltem ex parte) & incognitæ. Cognitæ ſunt Europa, Aſia Africa & America utraq; Septentrionalis & Auſtralis. Incognita eſt Auſtralis ultra fretum Magellanicum, quem in cenſum etiam referri poteſt Hyperborea ultra uſitatos terminos Europæ & Aſiæ quos veteres ab Inſula Thyle quam Islandiam hodie dicunt, deſumſerunt.

Partes integrantes minores præcipuæ ſunt Europæ quidem Hiſpania, Gallia, Germania, Britannia, Hibernia, Hungaria, Sclavonia, Poſnia, Illyricum, Bohemia, (Germaniæ incluſa) Dania, Suecia, cum adjacentibus, alterutri horum ſubjectis, ut Norwegia, Finnia, Lappia &c. Italia, Græcia, Macedonia, Thracia, Mæſia, Scythia Europæa, Dacia, Tranſſylvania, Valachia, Moldavia, Tartaria minor, Sarmatia Europæa, Polonia, Litvania, Ruſſia nigra, Podolia, Moſcovia ſeu Ruſſia alba. Aſiæ partes præcipuæ ſunt Scythia Aſiatica, Sarmatia, Serica, Sogdiana, Tartaria, China, India, Perſia, Media, Aſſyria, Albania, Armenia, Aſia minor, Pontus, Phrygia, Syria. Phænicia, Palæſtina, Meſopotamia, Arabia &c. Africæ partes præcipuæ ſunt, Ægyptus, Libya, Numidia, Mauritania, Getulia, Æthiopia.

Americæ ſeptentrionalis partes hodie cognitæ sūt Canada, Nova Francia, Virginia Florida, Nova Granata, California, Nova Hiſpania.

Ame-

Americæ Auſtralis partes ſunt Caſtella aurea, Peruvia, Chili, Chica, Braſilia.

Auſtralis Magellanica præter littora penes fretum inde dictum, incognita eſt ut dictum. quemadmodum, & in Hyperboreis præter Groënlandiam, novam Zemblam & fretum Forbiſſeri nihil ferè hodie cognitum eſt.

Ulteriorem harum partium ſubdiviſionem & deſcriptionem, juxta conditiones politicas, phyſicas & ſimiles communiter hodie pro ſpeciali parte Geographiæ habent. Quia vero major ejus modi deſcriptionum pars hiſtoriis & aliis ejusmodi narrationibus è Mathematicis principiis qua talibus non fluentibus continetur, quæ autem eò ſpectant è dictis ſine manuductione facile intelligũtur. itaq; Geographiæ ſtudioſos etiã hac in parte ad mappas tùm univerſales tũ particulares earũq; authores, & de talib⁹ reb⁹ ſcriptores remittimus. Atq; ita generalem partem Geographiæ concludimus.

Specialis Geographiæ pars, quatenus ſcilicet ad Matheſin pertinet, nobis eſt ea quæ principia & affectiones hactenus traditas accommodare docet ad ſingula orbis terrarum loca.

Modus illius applicationis conſiſtit in obſervatione, menſuratione, computatione, deſcriptione, & deſcriptorum uſurpatione.

Obſervatio præcipuè eſt Latitudinis & Longitudinis locorum. Latitudinis obſervatio eadem eſt quæ altitudinis poli (quippe cui æqualis eſt) de qua in Aſtronomicis. Longitudinis obſervatio commodiſſimè fit ex Eeclipſibus potiſſimum lunaribus, quarum initia, medietates aut fines quanto citius vel ſerius in uno loco

co

Digitized by Google

eo obſervantur quàm in alio, tantò Longitudinis differentia major eſt ſingulis horis quindenos gradus, & ſingulis minutis horariis quindena minuta graduum æquatoris ſuppeditantibus, addendis ei regioni ubi plures, ſubtrahẽdis ubi pauciores apparitionis horæ ab eodẽ cardine numerãtur. Adhiberi etiam poteſt huic negotio appulſus Lunæ ad Stellas fixas, ut & ad ipſum ſolem in Eclipſibus Solaribus, ſed ut parallaxes hic nonnihil turbantes diligenter attendantur.

Porrò ſinguli gradus Æquatoris ut & Meridiani in terra important quindena milliaria, in parallelis pro ratione majoris ab æquatore diſtantiæ proportionaliter decreſcentia. Aut poteſt ex tabulis ſinuum computus inſtitui ipſorum graduum ſingulis parallelis aſſignandorum, dicendo, ut ſinus totus ad numerum graduum æquatoris differentiæ Longitudinis duorum locorum in eodem parallelo ſitorum competentium, ita ſinus complementi latitudinis eorundem ad ſinum graduum diſtantiæ ipſorum competentium. Quorum vero locorum diſtantiæ non habent ſenſibilem ad partes circulorum cœleſtium proportionem, eæ menſurantur Geodæticè & Topographicè per Inſtrumenta huic negocio deſtinata, quæ duorum ſunt generum, quædam ſpectant ad menſurationem Longitudinum, & quidem immediatè earum quæ à menſore pertranſiri poſſunt, ut perticæ vel decempedæ & funiculi menſorii. Quædam pertinent ad menſurationem Angulorum, ut ſunt quadrantes, orbiculi menſorii, tranſporturæ, aſſeres, ſeu menſulæ & ſimilia, quorum uſurpatio conjuncta cum menſuris longitudinis, deducit nos beneficio Trigonometriæ ad cognitionem earum diſtan-

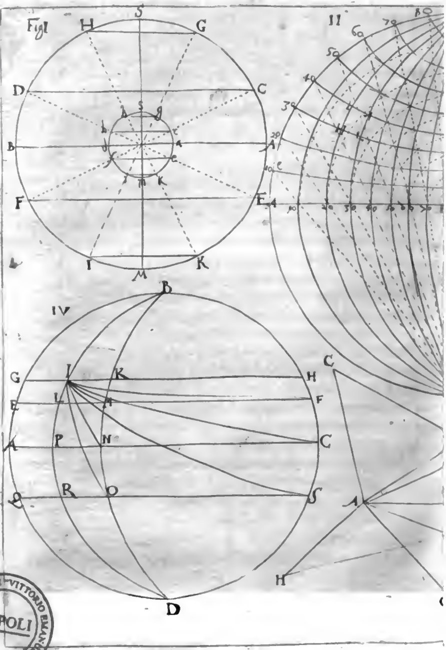
 tiarum.

tiarum, quæ quamvis oculis obviæ, pedibus tamen non permeabiles ſunt.

His itaq; operationibus ſuccedit tertia, nimirum calculus Trigonometricus, isq; geminus. Triangulorum tùm rectilineorum tùm Sphæricorum. Ille adhibetur in diſtantiis propioribus & artificio Geodætico menſurabilibus, ubi v. gr. Fig. V. datur latus AB, cum angulis penes puncta A & B, unde computantur diſtantiæ AC, AD, BC, BD &c. Trigonometria Sphærica uſurpatur in iis diſtantiis quæ ſenſibilem ad circulos cœleſtes eorumq; partes proportionem habent, & mediantibus phænomenis cœleſtibus obſervantur ac deſcribuntur. Ubi latera triangulorum computandorum ſunt latitudines eorumq; complementa & exceſſus, interdum & arcus longitudini aut diſtantiæ quandoque præcognitæ reſpondentes. anguli plerumq; ſunt differentiæ longitudinum. Ut ita iterum negocium recidat in Geometriam & præcipuè eam illius partem quam Trigonometriam vocant, ex quibus fundamentis conſtruuntur tabulæ tùm univerſales totius orbis, tùm particularium ad particulares regiones ſimiliaq; terræ loca ſpectantium. Quarum uſum quia authores tabularum ſimul docere ſolent, itaq; nos in hac quoq; parte Matheſeos pedem hic figimus, & quæ deſiderari videantur poſſe, partim figuris ſequentibus, earumq; explicationi, partim vivæ voci lectionum noſtrarum reſervamus.

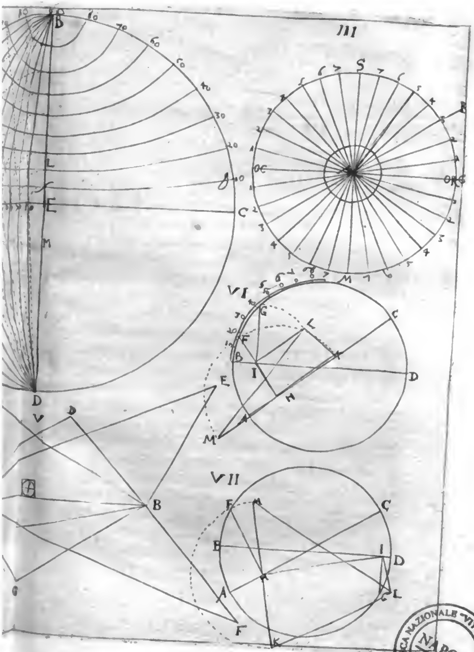
Expli-

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III · NAPOLI

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Google

Digitized by Google

Fig. I Oſtenditur quomodo circuli Sphæræ cœleſtis ad globum terrenum applicentur.

Ut	AB	ita	ab		Æquator
enim	CD	in	cd		Tropicus cancri
in	EF	ter-	e f	eſt	Tropic⁹ capricorni
globo	GH	reno	gh		Polaris Arcticus
cœle-	IK		ik		Polaris Antarctic⁹
ſti.	ASBMA		asbma		Meridianus prim⁹.

[De Zodiaco videatur ſequens figura]

Item: intra ce & df eſt Zona Torrida; gsh comprehendit frigidam ſeptentrionalem, imK Auſtralem, reliqua duo ſpacia ſunt Zonæ Temperatæ.

Item: habitatores penes, c & d, e & f &c. ſunt *περίοικοι* g & i, h & k &c. *ἄντοικοι* cd, ab, ef &c. *ἀντίποδες*.

Fig. II. Oſtenditur fundamentum deſcribendarum mapparum Geographicarum tùm univerſalium tùm particularium.

Sit ABCD Meridianus primus. Hujus quadrantes AB, BC dividantur in 90. gradus, [ſi capacitas tabulæ in qua figura deſcribenda eſt, permittat. hic propter anguſtiam diviſio in novem tantum partes facta eſt, ita tamen ut quælibet pars decem alias continere concipiatur] Ad partes ite diviſas ducantur lineæ occultæ ex puncto D, diviſuræ in totidem partes ſemidiametrum AE, cujus diviſionis puncta transferantur etiam in ſemidiametros reliquas, v. g. BE.

Deinde, pro deſcribendis Parallelis & Meridianis, jungantur artificio Geometrico [quo ex tribus punctis

 dati

datis circulus deſcribi poteſt] pro Parallelis quidem ut tranſeant radium BE vel ED, pro Meridianis vero, ut tranſeant radium AE vel EC. v.g. Parallelus decimus, tranſire debebit per puncta e f g. Meridianus decimus tranſire debebit per puncta B m D.

Hic eſt modus hodiernorum, qui cum & facilitate & ἀκριβείᾳ veterum modos vincat, non opus eſt, præſertim in compendio, illos perſequi. Qui vult videat Geographiam Ptolomæi & ipſum ſecutos Münſterum, Mercatorem & alios. Si Zodiacum in globum terrenũ more conſueto [quamvis ut verum fatear inutili, cum quomodocunq; deſcriptus non niſi ſemel de die, & quidem ad unicum momentum cœleſti reſpondeat] in globum terrenum transferre placet, numerentur ab E, in parte globi ſeptentrionali verſus B ad L, in Auſtrali verſus B ad M gradus 23. cum dimidio. Junganturque artificio antea dicto illic ALC, hic AMO & habes Eclipticam ex vulgaribus Hypotheſibus delineatam, cujus maxima declinatio ab Æquatore penes L, vel M, interſectiones æquinoctiales penes A & C, habentur.

Si particularem chartam pro certâ aliquâ regione delineare voles, Meridiani & Paralleli Æquatoris, eorumq; diviſiones eandem habebunt proportionem quam habent in univerſali. v. g. ſi regionem aliquam deſcribere voles, ubi minima longitudo, hoc eſt loci maximè occidentalis ſit 20. graduum, maxima 30. graduum; minima vero Latitudo ſit 30. maxima 40 graduum. Includes eam figuræ quadrilateræ, cujus latera proportionem ad invicem habeant linearum HL, IK, HI, LK, in partes graduum vel ſi places milliarium, differentiæ tum longitudinis tum latitudinis reſpondentium.

Digitized by Google

ſium. Poterit autē proportio illarum linearum vel ex hac ipſa figurâ deſumi vel artificio Trigonometrico de quo ſuo loco egimus, computari.

Fig. III. Computare docet more nautico diſtantias itinerarias maritimas in lineis nauticis quas Hiſpani Rhumbos, nonnulli Latinâ voce illi ſimili Rhombos vocant. Pro quo negocio expedit ad manum habere tabellam hic appoſitam, cujus hic eſt ſenſus.

Numeri ſub titulo Rhomborum reſpondent lineis ventorum pyxidis nauticæ & magneticæ, numeratis â cardine orientali vel occidentali verſus Septẽtrionẽ aut Meridiẽ.	Rhombus.	gr.	m. pr.	m. ſec.
	1.	1.	1.	10.
	2.	1.	4.	56.
	3.	1.	12.	9.
	4.	1.	24.	51.
	5.	1.	47.	59.
	6.	2.	36.	47.
	7.	5.	7.	32.

Si quis jam navigans, v.gr. in Rhombo tertio, compleverit lineam AB; tum numerus graduum latitudinis BC, [quem docet obſervatio] ducatur in numerum Rhombo debitum [h. l. 1. gr. 12. pr. 9. Sec.] & prodibit AB, diſtantia itineraria. Ita inquam habere ajūt computationem nauticam. In Trigonometrico autem calculo eſſet ut Tangens anguli BAC ad Secantem ejuſdem; ita Differentia latitudinis BC, ad Diſtantiam itinerariam AB.

Fig. IV. Oſtendit fundamentum computationis diſtantiæ locorum ſenſibilem proportionem ad circulos cœleſtes eorumq; partes habētib. ubi ABCD eſt Meridianus primus. BLD, BKD, Meridiani locorum I, L, item K, M, N, O. AC æquator, EF, GH, æquatoris paralleli, verſus Boream, QOR, verſus Auſtrum. Longitudinis

Digitized by Google

dinis locorum I,L,P, menſura eſt arcus æquatoris AP, locorum vero K,M,N,O, arcus AN Latitudo locorum I,L,P item K,M,N,O, ſunt arcus PL, PI, NM, NK, NO. 1. Loca L & M, item I & K, item P & N, differunt Solâ Longitudine. 2. Loca P,L,I, item O,M,N,K, Solâ latitudine. 3. IM, IN IO, item IF, IC, IP, & longitudine & latitudine. 4. Latitudo locorum Q,O,R,P, Auſtralis eſt, reliquorum vel nulla [eorum ſcilicet quæ in ipſo æquatore ſunt] vel ſeptentrionalis, differentia vero latitudinis horum poſteriorum à priorib⁹ ex Septentrionali & Auſtrali compoſita eſt Hinc calculus diſtantiæ talis deducitur. In primo caſu locorum P & N, differentia in gradibus expreſſa multiplicata per quindecim exhibet diſtantiam in milliaribus Germanicis, reliquorum dimenſio pertinet ad ſecundam regulam Sphæricorum in Trigonometricis, dicendo ut ſinus Totus ad PN, ita Latitudinum, v. g. PL NK & complementi ſinus ad ſinum diſtantiæ IK, LM, in gradibus itidem per quindecim ſi milliaria deſideres multiplicandis.

In Secundo caſu differentia latitudinis itidem nudè per quindecim multiplicatur.

Tertius caſus commodè refertur partim itidem ad ſecundam regulam Sphæricorum, [inquirendo IK, vel IH, aut hujus complementum ad 180.] partim ad quartam Sphæricorum, idq; directè ſi differentia utraque tàm longitudinis quàm latitudinis quadrante minor ſit [Ita enim differentia longitudinis & latitudinis conſtituent duo latera continentia angulum rectum ad K, cujus hypotenuſa è calculo reſultans eſt diſtantia quæſita] Indirectè autem, hoc eſt, pro datis lateribus ſumendo complementa ad 180, ſi vel alterutra differen-

tiarum

tiarum ut in locis F, C, R; vel utraq; ut in loco P, quadrante major ſit; tunc enim ſumtis complementis eorum ad 180. & poſito angulo ad H itidem pro recto, reſultabunt diſtantiarum complementa ad 180.

Fig. V. Oſtendit fundamentum menſurationis Geographicæ & Geodæticæ eorum locorum, quæ proportionem ſenſibilem ad circulos cœleſtes eorumq; partes non habent, ſimulq; à menſurante videri, non commodè autem menſuratione Mechanica per funiculum aut decempedam pertranſiri poſſunt [ſive propter impedimenta, ſive propter anfractus aut nimiam diſtantiam &c.] Et breviter ita habet: Menſuretur funiculo menſorio aut decempedâ, diſtantia duorum locorum facile pertranſibilium, ex quorum utroq; reliqua videri poſſint, qualia in hac figura ſunt loca A & B. quibus applicato inſtrumento menſurandis angulis accommodato [transporturâ ut vocant, aut ſimili quodam; poteſt etiam funiculo menſorio & baculis perfici] menſurentur anguli quos facit dicta linea AB cum lineis ductis à punctis A & B ad puncta C, D, E, F, G, H: & calculus Trigonometricus docebit longitudines linearum dictarum, tandemq; ſi opus ſit, etiam CD, DE, EF, FG, GH.

Fig. VI. & VII. Habetur dimenſio quaſi Mechanica in chartâ vel tabulâ diſtantiarũ Locorum, quorum Longitudo & Latitudo cognita eſt. Sit circulus ABCD vel totus, vel ſaltem quoad quadrantem in ſuos gradus diviſus. Differentia Longitudinis ſemi circulo minor, ſit in Fig. VI. arcus AB, ſemicirculo major in Fig. VII. arcus AD. Ducantur in utraq; Diametri AC, BD. Latitudo loci A in utraq; figurâ ſit arcus AF, latitudo alte-

rius

rius Loci B. in primâ figurâ arcus BG, in ſecundâ loci D arcus DG. Ducantur perpendiculares ab F in Diametrum AC, quæ ſit FH, & à G in Diametrum BD, quæ ſit GI. Jungantur per rectam lineam puncta I & H & à punctis I & H ducantur rectæ quæ ad Angulos rectos ſint lineæ HI, ad easdem partes, ſi loca de quorum diſtantiâ quæritur ſint in eâdem plagâ Septentrionali vel Auſtrali, ut IL, HK, ad diverſas ut IL, HM, ſi in diverſis, junganturq; per lineam in priori caſu puncta L, K, in poſteriori L M. Linea LK vel LM, erit chorda diſtantiæ duorum locorum datorum, quæ peripheriæ circuli in gradus ſuos diviſi applicata diſtantiam illorum in gradibus oſtendet. Atq; hæc de figuris Geographicis ſufficiant. Typi regionum quibus compendium hoc onerare præter inſtitutum fuit, videantur apud ſuos authores.

Finis Geographiæ.

Digitized by Google

COMPENDIUM OPTICÆ.

OPTICA eſt ſcientia rerum viſibilium quatenus ſunt menſurabiles.

PARTES hujus quoq; duæ ſunt generalis & ſpecialis.

GENERALIS commemorans principia & affectiones eò pertinentes.

SPECIALIS tractat Theoremata & Problemata ex principiis illis demonſtrabilia.

PARTIS GENERALIS

Cap. I. de PRINCIPIIS.

PRincipia duplicia ſunt Phyſica & Mathematica. Phyſica ſunt quæ agunt de viſione, & illuminatione, horum requiſita ſunt Organum, videlicet oculus, objectũ viſibile, medium, Lux, eiq; oppoſita umbra tùm recta tùm verſa. *Horũm definitiones cum ubiq; in phyſicis obviæ ſint, brevitatis ſtudio hic omittimus.*

Principia Mathematica ſunt definitiones quibus figuræ Opticæ illuſtrantur, Sunt autem figuræ vel ſuperficies vel corpora. Superficies ſunt rei vel viſæ vel illuminatæ. Corpus figuram Opticam conſtituens eſt pyramis late dicta, ut etiam conum includat, eſtq; duplex, viſionis & illuminationis baſis, eſt ſuperficies rei viſæ, hujus ſuperficies rei illuminatæ. Lineæ in quas reſolvuntur Radii & Axis quibus nonnulli addunt Horopterem.

Radii ſunt lineæ rectæ in pyramide viſionis à ſuperficie rei viſæ ad oculum, in pyramide illuminationis à ſuperficie illuminata ad illuminans ductæ. Axis eſt linea recta ab oculo vel illuminante ad centrum ſuperficiei viſæ aut illuminatæ ducta. Horopter eſt linea recta ad ſuperficiem viſam parallela per axium opticorum congreſſionem ducta.

Porrò viſio & illuminatio utraq; vel recta eſt vel obliqua, prout ſcilicet axis pyramidis baſi ejus ad angulos rectos vel obliquos incidit, qui propterea dicuntur Anguli incidentiæ, & punctum ubi incidit punctum incidentiæ. Angnlus obliquationis dicitur è duobus obliquis incidentiæ angulus minor ſeu acutus, alter ejus complementum ad duos rectos,

Cap. II. de AFFECTIONIBUS.

AFfectiones comprehenduntur axiomatibus. Ex quibus potiora & præ reliquis occurrentia [brevitatis enim ſtudio quædam prætermittimus,] ſunt ſequentia.

1. Omne corpus æqualiter ad omnem poſitionum differentiam diffundit à ſe ſpeciem viſibilem qua& medium & objectum tingi &, ſi ſit luminoſum, illuminari poſſit. 2. Radius perpendicularis eſt fortiſſimus reliqui tantò fortiores quantò minus obliqui. 3. Viſibile majus officit minori. 4. Lux non impedita quatenus non impeditur umbram diſcutit. 5. Lux per medium coloratum tranſiens iisdem coloribus inficitur. 6, Lux fortior lædit viſum. 7. Lux prima ſecundam tanquam ſui ſpeciem diffundit. 8. Umbra ſequitur ad opacum per ſe, ad lucem per accidens interpoſito opaco. 9. Una res binis oculis ſimul videtur tanquàm uno 10. Viſus, ut & ſpecies rei viſibilis obliquè penetrans,

Digitized by Google

per media diverſæ denſitatis, frangitur, ut ſpecies rei viſibilis alieno loco repræſentetur. 11. Species allapſa ad ſolidam ſuperficiem reflectitur ex adverſo angulo æquali angulo incidentiæ.

Partis Specialis Cap. I.

Hactenus fuit pars generalis; Sequitur *Specialis* quæ triplex, *Optica κατ᾽ ἐξοχὴν* dicta, *Catoptrica, & Dioptrica.* Prima eſt viſibilium abſolutè, ſecunda eorundem cum reflexione, tertia cum refractione. Abſolute viſibilium doctrina iterum eſt bipartita: prima agit de viſione & illuminatione quatenus vera ſui ſpecie & ſine deceptione oculis occurrunt. Secunda de iis quæ cum deceptione conjuncta ſunt.

De Illuminatiõe ſimplici & ſine deceptiõe theoremata sūt ſequẽt.

1. Quotcunq; lineæ â viſibili ad viſum vel â luminoſo ad illuminatum duci vel concipi poſſunt, tot radii eo projiciuntur & quidem motu velociſſimo nullo intervallo Temporis menſurabili, & continuò repetito.

2. Lux per Anguſtum foramen incidens quò longior eſt eò latior.

3. Si per feneſtram in parietem rectè oppoſitum incidant radii luminoſi vel illuminati, expriment illi in dicto pariete figuram feneſtræ, ſi lumioſi proportio ad diſtantiam à pariete per quem tranſeunt ejus radii minor ſit quam feneſtræ ad diſtantiam â pariete illuminato: ſuam, ſi major ſed inverſam, partem ſuperiorem inferiori, & inferiorem ſuperiori loco exhibens. [*Hoc Theorema fundamentum prabet obſervationis Eclipſeos Solis per di·per·m in obſcurâ Camerâ.*

4. Sphæricum majore ſui ſegmento radiat in pun-

ctum remotius [ſive illud ſit oculus ſive punctum quod illuminet] quam in propius.

5. Si Sphæricum luminoſum illuminat aliud ſphæricum, extremus longiſſimusq́; radius utrumq́; tangit, &, ſi utrumq; tangit longiſſimus eſt.

6. Luminoſum Sphæricum illuminat Sphærici æqualis dimidiũ, minoris plus dimidio, majoris minus.

7. Umbra opaci æqualis luminoſo, æqualis eſt opaco, minoris minor, majoris major.

8. Si Diameter Sphærici Luminoſi ſit æqualis Diametro Sphærici opaci, umbra erit κυλινδροειδὴς, ſi major κονοειδὴς ſi minor καλαθοειδὴς.

9. Umbra opaci tantò brevior eſt, quantò lumen ſublimius, & contra.

10. Opaci propioris luminoſo umbra minor eſt, remotioris major.

11. Umbra tàm recta quàm verſa proportionatæ ſunt altitudini.

12. Viſionis angulus maximus paullo minor eſt recto. Hæc de viſibilibus & illuminabilibus ſine deceptione.

CAPUT. II.

De Iis quæ cum deceptione in hoc genere conjuncta ſunt teneri poſſunt ſequentia Theoremata,

1. Umbræ & Tenebrarum hallucinatio varia eſt ex contemperatione ſimilibusq́; circumſtantiis viſibilium & ipſius lucis, medii ut & viſus ac organi conſtitutione ita ut lux & lucida quandoq; umbroſa variisq; & alienis coloribus infecta appareant v. g. Lux radians per feneſtram umbroſa, per vitrum coloratum eodem

Digitized by Google

eodem colore in ſecta, colores ob vicinum aliter coloratum alii, remotiora nigricantia, oculis alieno colore infectis ut ab ictericis conſpecta eodem colore infecta, à ſenibus quibus tunica oculi cornea dicta craſſeſcit, nebuloſa, nimis dilatatam pupillã habentibus majora ſed itidem confuſa, nimis anguſtã minora ſed clariora, præſertim in vicinia apparent.

2. Radii longiores in angulum viſionis coeuntes apparent paralleli, contra reverà paralleli in angulum coire.

3. Lux ignea nocte apparet major quàm interdiu.

4. Diſtantia apparet minor quàm revera eſt, & res viſæ ob diſtantiam majorem minores, & diſcedentia minora, accedentia majora fieri; item revera majora facta quandoq; accedere minora facta diſcedere.

5. Æquali angulo viſa quamvis inæqualia tamen æqualia & quamvis non æquidiſtantia, tamen æquidiſtantia putantur.

6. Linea recta perpendiculariter viſui objecta punctum videtur,

7. Oculus ad viſibilis plani centrum perpendiculariter directus figuram ejus veram, obliquè verò intuens falſam videt. v. g. circulos figurâ Elliptica, angulos juſto partim acutiores partim obtuſiores, vel etiam lineam circularem efficientes &c.

8. Ante oculum in Longitudinem extenſa videntur coire, ita ut dextra ſiniſteriora, ſiniſtra dexteriora humilia altiora, alta humiliora ſubinde facta appareant.

9. * Umbra videtur moveri ad motum corporis*, vel illuminantis vel illuminati. Cum tamen revera non moveatur ſed alia ſubinde generetur,

10. Intenſius conſpecta mota (præſertim celerius) oculo quieto ſtare, aſpiciens autem, ſibi interdũ moveri, quieta conſpicenti celeriter locum mutanti moveri videntur.

Atq; hæc de ſimpliciter viſibilibus etiam iis quæ cum deceptione apparent, hoc loco ſufficiant.

Sequuntur potiora Theoremata de Catoptricis.

CAP. III.

1. Radii corporum ſeu viſibilium ſeu illuminantium in denſi corporis ſuperficiem illapſa reflectuntur, repræſentantes ſpeciem ſuam tùm oculo, tùm alii corpori denſo, & hinc iterum alii, reflexionis radiis ob vio: Idq; regulariter ſi ſuperficies reflexionis æquabilis ſit, ut in ſpeculis, inæquabiliter & cum confuſione ſi inæquabilis.

2. Lux reflexa ex collectione radiorum [ut fieri ſolet in concavis] fortior fit [ad effectum tùm opticum tùm phyſicũ qualis eſt in aduſtionibus,] luce incidente.

3. Angulus incidentiæ & reflexionis ſunt æquales & extra ſitum tali reflexioni obvium, ſpecies reflexa nec oculis apparet nec ab alio corpore quamvis æquabili ibi fortaſſe ſito reflectitur. *Ex hoc fundamento omnia pene hujus generis phænomena cauſam ignorantibus admirabilia ortum habent, v.g. ut quis in ſpeculo imaginem rei alterius videat, ſuam non videat, rem viſibilem in proprio loco propter obſtaculum non viſam loco alieno, ſimplicem in ſe multiplicatam, ſitu recto a erſam, immotam moveri putet.*

4. Si ſpeculum partibus fractis contiguum ſit, apparent tot imagines intuentis quot ſunt fragmenta vi ſui ita oppoſita, ut perpendiculares inde ad ipſũ reſiliãt.

5. In

5. In ſpeculis convexis imagines veris minores & partes ejus ſiniſtræ dextræ, & dextræ ſiniſtræ apparent.

6. In ſpeculis concavis. Si res ponatur in centro, non apparebit (ſcil. reflexè) oculus poſitus intra concavitatem ſui ſpeciem, in circumferentia nihil illius niſi in diametro, ita poſitus ut radii imaginis reflexæ ſeſe interſecent intra intervallum ſpeculi & oculi inſpicientis imago in ſpeculo inverſa apparebit.

Hactenus & de Catoptricis ſequuntur Dioptrica.

CAP. IV.

1. Radii lucis aut cujuscunq; ſpeciei tranſeuntes obliquè per media diverſæ denſitatis refringuntur. Ad angulos rectos autem illapſi non refringuntur. Fit autem illa refractio in ſuperficie utriq; medio communi, verſus perpendicularem, ſi medium illud quod â radiante remotius eſt denſius ſit propiore; â perpendiculari vero in plagam oppoſitam ſi rarius. Deprehenſus autē eſt ille Angul⁹, in aqua & cryſtallo tertia fere pars anguli complementi anguli incidentiæ, hoc eſt ejus anguli quem facit linea incidentiæ cum perpendiculari in eodem puncto aquam penetrante.

2. Imago rei per media diverſæ denſitatis viſa major apparet ſi denſius ſit remotius, minor ſi propi⁹.

3. Ea quorum partes diverſæ quamvis continuæ & homogeneæ videntur in diverſis mediis [v.g baculi pars una in aqua altera ex aqua prominens] apparent fracta & ea quæ in medio denſiori, propiora.

4. Res apparens per media diverſa & diverſæ dēſitatis ſpeciem ſui exhibet loco alieno.

5. Res apparens per medium aliquod denſum, cujus

Digitized by Google

jus utraq; ſuperficies oculis per aliud medium obvia ſit, apparet duplicata, ſemel in ſuperficie propiore & concavâ ſemel in remotiore & convexâ. Utrumq; apparet in aureo jacente in fundo vitri aquâ repleti, quippe qui & in fundo ubi eſt locus ipſius verus & in ſuperficie aquæ qui locus ipſi alienus eſt, conſpicitur. *Utrumq; in duobus hiſce Theorematibus dictorum, quia neceſſario contingeret ſideribus per orbes ſolidos planetarũ tranſparentibus, non autem contingit, tutò inde colligitur tales orbes non dari ſed â fine ſeu ſuperficie convexâ aëris inferioris & denſiuſculi [in quo refractiuncula quædam deprehenditur] ad ſummum usq; cælum exquiſitiſſimam eſſe limpitudinem, & tranſparentiæ æquabilitatem.*

6. Radii Paralleli incidentes in vitrum rotundum, ſive undiquaq;, qualis eſt globus, ſive in duabus ſuperficiebus, ut ſunt lentes integræ, ſive in alterâ rotundum in alterâ planum, ut ſunt lentes dimidiæ & quaſi diſſectæ, poſt tranſitum refracti concurrunt, & effectum ob denſitatem vitri edunt fortiorem tùm opticum, quòd ſpecies quam deferunt, clarius videatur, tùm phyſicum, ut ſcilicet ſi caloris excitandi vim habeant [ut radii ſolis] fortius calefaciant, & tandem urant, ac materiam combuſtibilem accendant. Intervallum concurſus in angulum ab ipſo vitro eſt in globo dodrantis circiter, in lente integra paulò minus ſeſquidiametro ſuperficiei lenticulari oculo obverſæ, non integra Diametro ſuperficiei averſæ: in dimidiâ ſi in ſuperficiem convexam incidant, trium ſemidiametrorum, ſi in planam, unius Diametri ſeu radii duplicati ex quo lineæ circulares globoſitatem vitream menſurantes deſcriptæ ſunt.

7. Radii paralleli incidentes in vitrum concavum,

vum, ſive utrinq; tale ſit, ſive in altero tantum latere, in altero vero planum, poſt tranſitum magis magisq; ab in vicem diſcedunt, donec vel prorſus diſſipentur, & ſpecies quam deferre debebant, pereat, vel in aliam ſuperficiem planam aut convexam incidant, ubi de novo colliguntur & ſpeciem perceptam & tranſmiſſam lucu- lentiorem exhibent.

8. Si in tubi optici parte ab oculis remotâ ponatur vitrum formæ lentis dimidiæ, parte verò oculis proximâ ponatur lens cava, intervallo paullo minori â ſolidè lentiformi quam requirit concurſus radiorum tranſmiſſorum in angulum, tunc ſpecies tranſmiſſa de novo incipit augeri & oculis evidentior fieri.

Hæc rectè intellecta fundamentum & rationem oſtendunt artificioſæ conſtructionis tuborum opticorum, modò ſuppetat materia idonea, hoc eſt vitra clara & æquabilia, & aptè ac regulariter illa formandi & poliendi peritia.

Finis Dioptricæ adeoq; totius ſcientiæ Opticæ.

Sequuntur figuræ cum explicationibus.

Digitized by Google

Explicatio figurarum Opticarum.

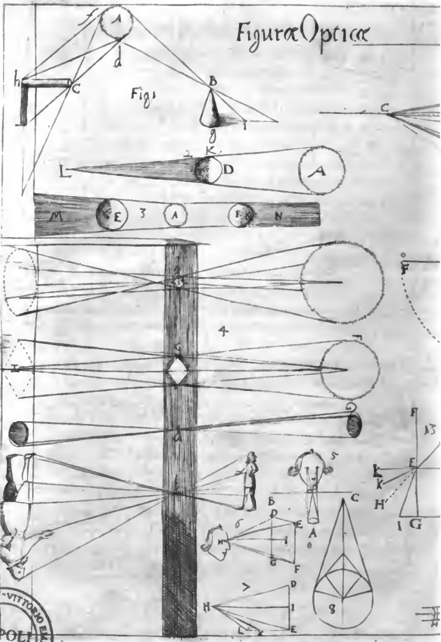
FIg. 1. 2. 3. oſtenditur ratio illuminationis & umbrarum. A, in omnibus hiſce figuris eſt corpus luminoſum. Abd, cfh in 1. fig. ſunt pyramides illuminationis B, C, D. E, F ſunt corpora opaca â luminoſo illo illuminata. Partes tenebroſæ corporum horum opacorum ut Bg in B, Ch in C, item K in corporibus D, E, F, vocantur umbra verſa. quam autem corpus opacum in alio ſpargit, ut gi, hi, item L, M, N vocatur umbra recta. Vocatur etiam ab opticis L quidem κωνοειδὴς, M καλαθοειδὴς, N κυλινδροειδὴς. Prima ſpargitur â corpore opaco quod lucido minus eſt, ſecunda ab eo quod majus, tertia ab æquali. [*Ex hoc fundamento deducunt Aſtronomi proportiones luminarium ad invicem & ad terram.*

Fig. 4. oſtenditur, quomodo radii ſolis aut cujuscunq; luminoſi, imò etiam aliæ ſpecies viſibiles (ut per foramen b) ſiquidem camera tota obſcura lucem nullibi aliàs habeat perviam, & paries foramini oppoſitus dealbatus ſit, per foramina in parietem oppoſitum incidant, nimirum eandem ſpeciem reddendo (ſed inverſam) ſi radii ſpeciei per foramen illabentes ſeſe interſecent antequam in parietẽ oppoſitũ veniant, ut fit in ſpeciebus illabentibus per foramina a, b, d. idq; ideo, quia proportio diſtantiæ parietis illuminati â pariete transverberato ad foramen, major eſt proportione diſtantiæ luminaris â pariete perforato ad magnitudinem ipſius luminaris. Ubi autem proportio illa minor eſt, ut penes foramen c, ibi redditur figura, non luminaris ſed foraminis penes H, quia paries occurrt radijs FH, GH antequam ſeſe interſecent.

Fig. 5.

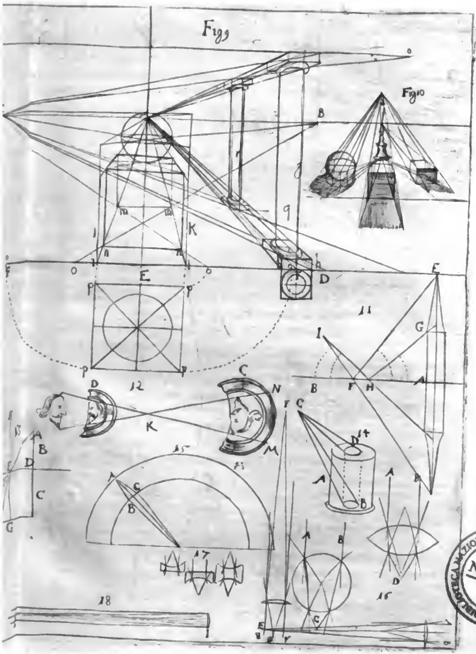
Digitized by Google

Figuræ Opticæ



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III NAPOLI

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE VITTORIO EMANUELE III
NAPOLI

Digitized by Google



Fig. 5. Oſtenditur, quomodo duo oculi junctas tradunt ope-ras in viſione unius rei A. Linea B C vocatur Horopter, intra cujus intervallum ab oculo ſpecies rei viſæ geminata apparet.

Fig. 6. & 7. delineatur pyramis viſionis cum ſuis partibus in Opticâ conſiderandis. DEFG fig. 6. (ſuperficies rei viſæ) item DIE fig. 7. eſt baſis pyramidis viſionis rectæ. H angulus, HI axis ejusdem, HK axis viſionis obliquæ. H D, H E, H F, H G, H L radii viſionis iidemq; latera pyramidis viſionis.

Fig. 8. adumbratur univerſale illud ex quo maxima pars theorematum opticorum fluit, quòd propiora majori, remotiora minori angulo, hæc tamen ſi rotunda ſint, majori, illa minore ſui parte videantur.

Fig. 9. Præterquàm quod præcipuis aliis Theorematibus opticis lucem afferat, oſtendit ſimul modum & fundamentum delineationum opticarum, præſertim ad Architecturam pertinentium. B A C vocatur linea Horizontalis. A punctum oculi. B & C puncta diſtantiæ eâ proportione ad altitudinem A E ab eadem removenda, quam habere ponitur diſtantia rei viſæ proxima ad ſtaturam aſpicientis vel ſolam, ſi nimirum ſtet in plano cum fundamento rei viſæ communi, vel cum altitudine, ſicui inſiſtat. DEF eſt linea fundamenti. E & F ſunt baſes figuræ delineantæ Geometricè acceptæ. g, h, i, k, l, ſunt altitudines Geometricè deſcriptæ. Situm præcipuorum punctorum, uti ſunt inter alia m & n, oſtendunt puncta interſectionis lineæ oculi v. g. Ai, & lineæ diſtantiæ B o, ductæ ad punctum o, tanto intervallo diſtans ab i, quanto ab eodem diſtat punctum p. In duobus columnis q & r, oſtenditur ratio delineationis eorum corporum, quæ altiora ſunt oculo aſpicientis.

Fig. 10. oſtendit rationem delineationis umbrarum.

Fig. 11. 12. Catoptricæ ſunt, hoc eſt, ad ea pertinentes, quæ per reflexionem viſui offeruntur. Ubi A B ſit ſpeculum planum, quo etiam pertinet aqua limpida. Sed C & D ſunt ſpecula concava. E F, G H ſunt lineæ ſeu radii incidentiæ, eorumq; anguli AFE; AHG. IF, IH ſunt radii reflexionis, quorum anguli IHB, IFB angulis incidentiæ ſemper æquales. I oculus aſpicientis. penes ſpecula convexa C & D ratio redditur miri illius phænomeni ubi ſpe-

cies

cies inſpicientis inverſa redditur, & ubi id fiat, videlicet, ſi diſtantia ſpeculi C. concavi, à facie remotior ſit, quam punctum interſectionis K radiorum reflexionis MK, NK, ſi vero propior ſit quam interſectio K vel L, ut fit in ſpeculo D, tunc vero ſitu apparet.

Fig. 13. & omnes ſequentes Dioptricæ ſunt, pertinentes ad ea quæ videntur per media diverſæ denſitatis. v. g. Fig. 13. ſit punctum radians A per media diverſæ denſitatis B & C, primò ad angulos rectos penes D, deinde ad obliquos penes E; ille AD prior, rectâ ſine refractione penetrabit. Hic vero non penetrabit rectâ ad punctum H, ſed penes punctum E refringetur, & à vero ſitu diſcedèt, idq; deorſum (verſus perpendicularem FEG) per lineam EI, ſiquidem medium C denſius ſit medio B, ut ſunt aquæ reſpectu aëris. ſurſum vero per lineâ EK ſi medium B denſius ſit, ut fit in iis quæ per vitra inſpiciuntur. In illo caſu angulus reflexionis eſt I EG, in hoc KEG.

Fig. 14. ſit A vas aqua plenum in cujus fundo jaceat aureus B, oculus intuentis ſit C, huic apparebit ſpecies aurei in ſuperficie aquæ D, & ſiquidem vas fuerit pellucidum, uti ſunt vitra, etiam in B. Idem futurum etiã in Aſtris ſi orbes illorũ ſolidi & pellucidi eſſẽt, oſtẽdit fig. 15. v. g. Aſtrũ A appareret tũ in A, tũ in B vel C; illud ſi medium B eſſet tenuius medio C, hoc, ſi craſſius. Et hoc poſteriꝰ fieri in Aſtris nõ propter orbes ſed propter aëris partem inferiorem craſſiorẽ ſuperiore, dictũ eſt in Aſtronomicis pag. 12. & 22

Fig. 16. & 17 delineata ſunt vitra ad tubos opticos pertinẽtia, & fig. 18. typus ipſius Tubi. Fig 16. ſunt tranſitus radiorum A, B à ſpeciebus viſibilibus per vitra ſphærica & lenticularia convexa. quod ſcilicet tranſitu illo fracta in angulos C, D, E, F, colligantur. Ne autem nimia condenſatio confuſionem pariat, uſurpantur etiam vitra concava fig. 17, & 18. penes H. ubi radii à vitro I collecti rurſum diſſipentur, & ſpeciem majorem efficiant. *Et hæc etiam de opticis pro Compendio ſufficiant. reliqua petantur ex Alhazeno Vitellione, Aguilonio, Riſnero, Keppler o Rhodio & aliis. item ex iis qui de tubis opticis ſcripſerunt & in Aſtronomicis ex parte citati ſunt.*

FINIS.

Digitized by Google

Compendium Harmonicæ ſeu Canonicæ;

HArmonicam Euclides, Canonicam Ptolemæus vocavit eam partem Matheſeos, quæ verſatur in dimenſione ſonorum Muſicalium. Partes ejus itidem ut reliquarum ſcientiarum duæ ſunt, generalis, quæ de Principiis, ſpecialis, quæ de Principiorum ad ſonos Muſicales applicatione agit.

Cap. I. De Erroribus aut defectibus Theoreticorum circa principia Harmonica.

Etſi Muſica Practica ad eam perhibetur aſcendiſſe perfectionem, ut altius pervenire videatur vix poſſe, Theorica tamen, quæ fundamentum illi ſuppediare debebat, quamvis â magnis viris tractata, adeò inculta mãſit, ut de ipſis principiis quæ per ſe nota eſſe debebant nihil certi adhuc oſtendat. Quæ enim, præter id quod Pythagoras in officina fabrili deprehendiſſe fertur (Octavam eſſe in proportione duplâ, Quintam in ſeſquialtera, Quartam in ſeſquitertiâ, Tonum in ſeſquioctavâ) communiter pro principiis habentur, ea in applicatione partim tales nobis pariunt propoſitiones, quarum falſitatem non modo artifices, ſed vel leviter in hac arte

initi-

initiati, nemine ferè docente aut oſtendente agnoſcant: partim (ut ſunt recentiorum quædam) etſi à poſteriori à Practicis ita ſeſe habere deprehendantur; demonſtrativam tamen connexionem nequaquam ita clarè oſtendunt, ut quoad ea, quorum τὸ διότι notum fieri debebat animum ſcientiæ cupidum ſatiare videantur. Ac ne à neſcio qua κακοζηλία, qua vel doctoribus in hac parte ſuam laudé, vel diſcentibus occaſioné veri ab iis diſcendi invideam, profecta videantur quæ dixi; neceſſitas viſa eſt requirere, ut (præter morem in reliquis Matheſeos partibus hîc obſervatum,) principia aliorum quæ vel aliena vel nondum ſatis declarata videntur, repetam, & ubi quid adhuc deſideretur oſtendero, quid mihi de hac etiam parte Matheſeos videatur, breviter ſubjungam.

Pythagoræi itaq; cauſam Harmoniæ quæſiverunt in ſua Tetractу, de qua videri poteſt Plutarchus in libro de procreatione Animæ & Kepplerus initio l. 3. de Harmonia Mundi, compendioſè enim hoc loco exponi non poteſt, nec ſi poſſet tironibus valde conduceret. Peperit autem ipſis illa Tetractys hos terminos Harmonicos. 6. 8. 9. 12. ubi 6. & 12. proportionem duplam, adeoq; intervallum quod Octavam vocamus; 6 & 9. ſeſquialteram quæ Quintæ; 6 & 8. item 9. & 12. ſeſquitertiam quæ Quartæ tribuitur. Has adeo, & quæ ex illis vel multiplicatione vel diviſione binariâ alterius termini reſultant, ſolas putârunt conſonantias, excluſâ proportione ſeſquiquarta quæ apud Practicos Tertiam Majorem & ſeſquiquintâ quæ Minorem, ut & ſuperbi partiente tertias, & ſupertripartiente quintas quæ Sextam illa majorem hæc minorem efficiunt, & à concentu etiam ſimpliciſſimo excludi non poſſunt. Occurrit &

in

In collatione illorum terminorum proportio inter 8. & 9. quales ſoni ſimul cantati concentum auribus gratum non efficiunt, licet in ſucceſſione intervallorum non reſpuantur; ſuppeditant enim Tonum ſeu Secundã ut, re, vel, re, mi. Sed ſi illi locus inter proportiones præcipuas propterea dandus, quæritur iterum quo jure conſonantiis modo dictis præferatur, ut & quo jure Semitonium Diatonicum mi fa (quod à concentu in ſucceſſione non magis quam Tonus exulat, quippe quod cum duabus Secundis, Quartam, cum tribus Quintam conſtituat) omittatur. Item; ſi origo proportionum conſonarum ex illa Tetracty eſſet, in primis potius quam compoſitis terminis fluere inde debere viderentur. v.g. cur dupla proportio non potius in terminis 1 & 2 quam in *6* & 12 exhiberetur?

Alii confugiunt ad partes cubi, qui habet baſes *6*, angulos ſolidos *9*, planos 24, latera 12. Unde eadem fere intervalla reſultant, exceptâ proportione ſeſquioctavâ modo dictâ, quo nomine videri fortaſſe poſſit plauſibilior priori, quòd nullos terminos niſi conſonos pariat. Quia tamen nec ipſa omnes parit (æquè enim ac in priori Tertia & Sexta utraq; deſiderantur) & quos parit itidem non in primis ſed in compoſitis terminis exhibet, nec ipſa acceptari poteſt.

Porro quia hæ proportiones omnes ſunt vel multiplices vel ſuperparticulares; hinc Faber Stapulenſis illis ἐμόψηφος, Muſicam theoricam eâ Methodo tractaturus, quâ obſervavit Euclides in Elementis Geometricis; inter demonſtrationum ſuarum principia poſuit hanc definitionem conſonantiæ; quod ſit commixtio ſoni gravis & acuti ſuaviter uniformiterq; auribus accidens, ex

multiplici aut ſuper particulari ratione profecta. Quæ definitio ex alterâ parte latior ex alterâ ſtrictior eſt ſuo definitio. Nam nec omnes proportiones multiplices, & ſuperparticulares conſonæ, nec omnes ſuperpartientes diſſonæ ſunt. Ne dicam quòd ſoni conſoni non tam miſceri quàm componi dicendi ſint.

Kepplerus acutiſſimus noſtri ſeculi Mathematicus, rationem Conſonantiæ quæſivit in numero laterum Figurarum Geometricarum, & quidem (ut inconſtans eſſe ſolet fundamentis ſolidis deſtituta ſpeculatio) diverſimodè. Nam in libro cui Myſterii Coſmographici titulum fecit, pro fundamento habuit numerum baſium planarum in quinq; corporibus ſolidis regularibus, Tetraëdro, Hexaëdro, Octaëdro, Dodecaëdro, & Icoſaëdro. Hinc termini Harmonici 4. 6. 8. 12. 20. Qui pepererunt omnes conſonantiarum primarum ſpecies, etiam Tertiam & Sextam utramq;, quam priores omiſerant (quamvis nec has pleraſq; immediatè & in numeris primis ſed intercedente mediatione aut duplicatione) ſed iterum nullâ effectuum adæquatorum â cauſis adæquatis dependentiâ. Nam nec ſolæ primæ nec omnes ſecundæ inde natæ ſunt. v. g. proportio 5. 6, cui primus locus debebatur inter ortas, exulat â ſenatu illo, locum habente interim 12. 20. (in minimis 3 5.) ex illâ exule demum oriundâ. Deſertis itaq; corporibus contulit ſe in ſuo Tractatu de Harmoniâ Mundi ad figuras planas regulares, & conſonas pronunciavit proportiones quarum termini continerentur numeris laterum earum figurarum quæ in circulo Demonſtrativè inſcribi poſſent, quæq; in plano ita poſitæ ut latera lateribus contingua eſſent, ita ſibi congruerent ut ſpacium explerent. Tales

figur

Digitized by Google

figuræ ſunt; Triangulum, Quadratum Quinquāngulum, Sexangulnm & Quindecangulum. Sed hæc quantumvis viderentur concinna, difficultatē tamē objiciebāt, eāq; duplicē. Prima erat hæc, quod ibi loc' ō inveniri videretur pro conſonantiâ perfectiſſimâ, nimirum Octavà, cujus proportio dupla vel ſubdupla. Altera erat, quod adſciſceretur diſſonantia, nimirum Semitonium Diatonicum ſeu majus quod è quindecangulo reſultet. Hic ut ſe expediat, Octavam, quia proportionis duplæ eſt, refert ad Diametrum, circulum in duas partes (Duplam rationem denominantes) dividentem. Et ejus concentum vocat Identicum exoppoſito (abſolutè Idēticus Uniſonus ipſi eſt) termino in doctrinâ principiorum Philoſophicorum hactenus nî fallor & inaudito & contradictionem in adjecto in volvente. Illum autem ſcrupulum, quòd proportio diſſona Quindecanguli eandem cauſam habere videatur cum conſonantiis, eximere vult operoſo conatu, quo demonſtret, deſcriptionem quindecanguli (quæ diſſonantiam parit) imperfectiorem, nec ita manifeſtè demonſtrativam eſſe, ut ſint demonſtrationes reliquorum. Quod non videtur inficiandum. an autem ſufficiat, oppidò dubium eſt. Etſi enim Semitonium Majus, cui proportio illa debetur concinnum intervallum eſt in ſucceſſione; Diſſonum tamen eſt in concentu ſimultaneo. Talia intervalla cùm & alia quædam ſint, ut Secunda utraq;, manet quæſtio quî fiat, quod non illa etiam habeant regularem deſcriptionem? Haberent autem ſi nonangulum regulariter deſcribi poſſet, quod tamen (ut Kepplerus ipſe demonſtrat) fieri non poteſt. Ne dicam quòd diviſio in partes quindecim ne ex ipſius quidem ſenten-

tiâ Harmonica ſit, quippe ubi pars nec cum reliquis nec cum toto Harmoniam efficiat. His dubiis ut occurrat, perſuadere nobis conatur, ſemitonium minus diſſonare quam Tonum. Quod ut maximè verum ſit (quamvis ægre probari videatur practicis noſtris) cùm tamen ſint intervalla ejusdem generis, imò ejusdem ſpeciei ſubalternæ, mirum fuerit, cauſas habere ſi non contrariè ſaltem privativè oppoſitas, cum notum ſit Axioma; Contraria cauſas habere oentarias & idem contrariorũ cauſam non eſſe.

Quemadmodum itaq; ex dictis apparet, nullam harum ſententiarum â poſteriori inſpectam & cum ſenſu collatam, negotio ſatisfacere; ita â priori omnes hoc vitio laborare videntur, quòd μετάβασιν εἰς ἄλλο γένος cõmittant. Quid enim conſonantiis cum numeris vel abſtractis, vel ad continua ejusmodi applicatis quæ quà talia, nec conſona ſunt nec diſſona, adeoq; extra genus conſonantiarum? uti ſunt figuræ tùm planæ tum ſolidæ? Fabri verò Stapulenſis definitio quam inter principia nobis exhibuit, ſi maximè in ſeſe bona eſſet, non tamẽ iis definitionibus quæ principiorum rationem habent, ſed iis quæ per demonſtrationem demum ex principiis deducuntur, accenſenda fuerat. Cum affectionem definiat per id, quod pro cauſa ipſius habet, nimirum proportionem ſuperparticularem & multiplicem.

Propius ad ſcopum acceſſiſſe videtur Joſephus Zarlinus Italus, eumq; ſecutus Sethus Calviſius. Quorum ille demonſtrationẽ tentavit in ſubdiviſione Harmonicâ proportionis duplæ. Ubi prima diviſio ſuppeditavit ipſi rationem ſeſquialteram, & ſeſquitertiam & illius ſubdiviſio ſeſquiquartam & ſeſquiquintam, omnes

conſo-

conſonas. Ulterius verò continuata ſubdividendo ſeſquiquartam, peperit illi proportiones ſucceſſivè quidem concinnas, ſeſquioctavam & ſeſquinonam (tonũ majorẽ & minorẽ) nõ tamẽ conſonas. Reliquarum autem (inter quas eſt ſeſquitertia) ſubdiviſio (quæ tamẽ illâ naturâ prior eſt, genuit $\frac{6}{7}$ & $\frac{7}{8}$ ne ſucceſſive quidem concinna. Cujus rei cauſam qui redderet nullum me hactenus audiviſſe fateor. Sethus vero Calviſius Conſonantiæ cauſam derivavit ex æqualitate (quæ parit Uniſonum) & â proportionibus illi vicinis quas dixit tantò perfectius conſonare, quantò eorum termini primi propiores ſint unitati, adeoq; æqualitati. Sed ut Zarlino in diviſionibus Harmonicis, ita huic in nudis æqualitatibus hæſit adhuc aqua penes terminos. aut enim ſoli æquales ſoni conſonant, aut ſi inæquales quidem, æqualitati autem vicini, hi tamen non omnes; de lege quæritur ac judice terminos huic viciniæ conſtituente. Imò nec abſoluta ad æqualitatem vicinia vel cognatio ſufficere videtur ad determinandum negotium. Nam v. g. nondum apparet ratio, cur octonarius conſonet cum omnibus ſeſe minoribus, unico ſeptenario excepto, hic vero cum nullo, nec majore nec minore, quamvis unitati adeoq; æqualitati propior videatur quam Octonarius. Quicquid tamen ſit, cũ hác ſententiam Calviſii rectè explicatam quoad generalia conſentaneam veritati putemus, quid in hac explicatione tentârim, paucis exponam.

Caput II. De Veris principiis Harmonicis & primò iis quæ ex Phyſicis deſumta ſunt.

Principia Harmonica genuina ſunt vel Phyſica vel

Digitized by Google

Mathematica. Phyſica conſiſtunt indeclaratione ſoni & judicii Auditus ac Intellectus, de quibus ſequentia notentur principia quæ partim ſunt definitiones, partim Axiomata.

1. Sonus eſt qualitas aëris colliſione ſubitâ fracti, auditu perceptibilis.

2. Affectio ejus, quatenus in Harmonicâ traditur, eſt quantitas, ipſi tamen non in ſe ſed ratione aëris, quatenus ejus vel ſubjectum vel efficiens eſt, competens.

3. Quantitas illa in ſe continua eſt, ut Monochordum & omnia inſtrumenta chordis intenſa docent. [*Atanuâ itaq; aberrarunt Pythagoræi, qui in quantitate diſcretâ, hoc eſt in numeris abſtractis rationem concinnitatis ſimiliumq; affectionum Muſicarum, & in ſonis minimum aliquot intervallum, ex quo cætera tanquam numeri ex unitate componerentur venati ſunt.*

4. Eſt autem Quantitas affectio ſoni qua dicitur 1. vel vehemens vel minus vehemens. 2. vel gravis vel acutus. [*De prima ſignificatione non magnopere ſolicitus eſt Harmonicus, de poſteriore autem præcipuè quæritur.*

5. Sonus acutus (Germanis Klar/ item hoch/ Græcis ὀξὺς, quæ vox etiam celerem ſignificat) eſt, qui minorem & quaſi acuminatam partem aëris ferit.

6. Obtuſus (Germanis Grob item tieff/ Græcè βαρὺς item βραδὺς,) eſt qui obtuſiorem & minus acutam aëris partem ferit. [*Pythagoræi ut numeris ſuis inter principia Harmonica authoritatem conciliarent, acuminis ſonorum rationē in majori celeritate quaſiverūt, ita quidē ut chordā acutā impulſam pluribus & frequentioribus pulſatiunculis aërem ferire dicerent, ineptè, ut quilibet videt, qui in inquiſititione veritatis ad ſchema autoritatis & antiquitatis falſitati detrahendum*

pauli

Digitized by Google

paulo eſt animoſior. Annon enim ſenſus docet chordam laxè tenſam adeoq; gravius ſonantem pluribus vicibus celeriusq; frequentatis aërem ferire quā fortius intenſam? Et annon primus ſtatim moticulus chordæ impulſæ ejusdem proportionis ſonum exhibet quam ultimus. quid ergo refert ad gravitatem vel acumen plus vel minus frequens pulſatio?

7. Alia ſoni attributa, ut aſperitatem & levitatem, denſitatem & raritatem, mollitiem, duritiem &c. quæ non ſolent in doctrina Harmonica magnopere attendi, ſufficiat hoc loco breviter tetigiſſe [*videri poteſt de iis in peculiari tractatu de ſono quem Adr. Turnebus in Latinam Linguā converſum ſuis operibus inſeruit, & Ariſtoteli tribuit, quamvis in nulla editione operum illius quæ quidem mihi cognita ſint, reperiatur, quam in Pariſienſi.*

8. De Auditu, ut & pluribus aliis ad ipſum ſonū pertinentibus pluribus egi in Phyſicis, capite de Auditu. Unicum, cujᵒ neglectio magnos errores in Theoria Muſica peperit monendum eſt, hoc ſcilicet: Objectum ejus proprium eſſe ſonum, quantitatem autem ſoni & inde reſultantem proportionem, pertinere ad objecta ſenſuum communia. In quibus docente Ariſtotele, ſalvo Axiomate quòd ſenſus non errent, (circa proprium ſcilicet objectum) error ſuboriri poteſt.

[*v. g. Errare potuit ſicuti erraſſe etiam deprehenſus eſt Pythagoras, quòd putavit, omnē tonum ſeu ſecundam eſſe in proportione ſeſquioctavâ cum etiam in ſeſquinonâ detur, cujus diſcrimen ab illo priori non ita clarè percipit auditus. Interim error hic, qui viſus eſt circa minima, & ut dici ſolet, de lanâ caprinâ, ſuaviſſimā, conſonantiam, quam Ditonum ſeu tertiam majorem vocant, quia ex duabus ſeſqui octavis componi adeoq; non niſi in-*

ter ſuperpartientes & quidem valde in conditas locum habere putabatur, è cenſu conſonantiarum ejecit.

9. De intellectus verò judicio, in Demonſtrationibus potiſſimum conſpicuo hoc notandum. Effici quidem iis animum hominis ἀμεταπτώτως, non tamen niſi cæteris paribus, ſi ſcilicet principia ſatis manifeſta, & aptâ conſequentiæ formâ connexa ſint. Secus ſi fiat & potiſſimum ſi ab ipſa janua ut Ariſtoteles loquitur, aberretur hoc eſt ſi in principiis falſum pro vero incertũ pro certo, alienum pro genuino arripiatur, tunc ut non demonſtrationes ſed ψευδογραφήματα oriuntur, ita non minus facilè error naſci poteſt quam ex argumentis Topicis.

[Atq. hæc de principiis Phyſicis. reliqua ut dictum ex ipſa ſcientia Phyſica ubi ex profeſſo de hac materia agitur, peti poſũt.

Caput III. De Principiis Mathematicis, & primò de definitionibus.

Definitiones ſunt ſubjecti & affectionum, ſaltem quoad quid nominis.

1. Subjectum ratione materialis eſt ſonus Phyſicè conſideratus, & capite antecedente deſcriptus. Ratione formalis Subjectum Harmonicæ eſt Harmonia in genere dicta, quæ eſt convenientia ſonorum auditui grata [*Harmonia vox habet ſe ad ſonos bene proportionatos ut Genus πρὸς ἓν ἀφ' ἑνός. Nam πρώτως, denotat proportionem eorum ſonorum qui ſimul auditi ſuavitate quadam aures demulcent, δευτέρως autem dicta convenientia, adeoq. Harmonia, eſt eorum etiã ſonorum, qui ſucceſſive auditi auribus grati ſunt, Ita pertinet*

ad

ad omnia intervalla Muſica. Nos in definitione utramq; quidem, priorem tamen illam πρώτως, adeoq; ſemper & toties, quoties nulla determinatio adjecta eſt, poſteriorem hanc δευτέρως intellectam volumus.

2. Cővenientia illa eſt vel exactiſſima, & hæc eſt æqualitas. Hinc Eucl. lib. 1. Elem. Ax. 8. Quæ ſibi invicem congruunt (exactè ſcilicet & actu) æqualia ſunt; vel qualiscűq; & vocetur æquabilitas [*dici etiã poſſet æqualitas potentiâ.*

3. Harmonia eſt, vel ſecundum compoſitionem; hoc eſt, quando ſoni ſimul editi concentum aliquem auribus gratum efficiunt, & vocantur συμφωνία vel κατ' ἐξοχὴν Harmonia, vel ſecundum conſecutionem tantũ, & vocatur ἐμμέλεια, concinnitas [*confer notata ad def. 1.*

4. Soni conſoni quorum concentus auribus gratus eſt, vel uniſoni ſunt, adeò, ut ratione quantitatis prorſus ejusdem ſpeciei ſint; vel æquiſoni, hoc eſt diverſi quidem, & diverſæ quantitatis, ita tamen, ut concentus eorum æquivalere putetur uniſono; vel deniq; ſimiles, aut ſi ita vis, analogi, hoc eſt quorum concentum diverſum quidem deprehendat auditus ab uniſono & æquiſono, non tamen in convenientem.

5. Conſonantia vel prima eſt, vel â primis orta. illam conſonare conſtat ex natura proportionis illi competente, hanc ideò conſonare colligimus quod â conſonâ orta ſit.

6. Proportio autem â proportione oriri dicitur. vel additione vel ſubtractione vel multiplicatione vel diviſione, vel deniq; inſertione [*vide Arithmeticam in doctrina de proportionib⁹ & minutiis quæ nihil aliud ſunt quàm partes integri (h. l. chordæ) proportionaliter diviſi. An autem*

& quando ortuum horum ſpecies & præcipuè ex quâ origine terminos Harmonicos pariant, dicetur ſuo loco.

7. Diviſio chordæ ſeu lineæ chordæ reſpondentis juxta proportionem datam duobus modis fieri poteſt, vel ita, ut dividatur in tot partes, quanta eſt ſumma utriusq; termini ſimul ſumti, & pars ſive aliquota ſive aliquanta cum alterâ conferatur. vel, (quod commodius, præſertim ſi totã ſcalã inſcribere velis) dividatur in partes termini majoris, de quib⁹ poſtea part. minori debitæ cũ tota lineâ cõferãtur, [*In hoc documento poſteriori commodũ erit cũ Lippio duas chordas & ad uniſonum contemperatas inſtrumento quod Monochordũ aliàs vocant, ſuperinducere, & magade mobili alterutri chordarum in puncto diviſionis ſubſtrato, ſonum partis alterius cum alterâ totâ chordâ explorare.*

8. Æqualitas vel æquabilitas proportionis ſuper lineâ chordæ ſubſtratâ, & diviſâ, colligitur ex collatione partis vel cum parte, vel cum toto, vel cum aggregato ex totâ & alterâ parte.

9. Diviſſo chordæ juxta Æqualitatem ſonorum, eſt quando partes in quas eſt diviſa æquales inter ſe conferuntur,

10. Æqualitas æqualitati proxima in lineis & chordis eſt, quando lineâ in duas æquales partes diviſâ, totum confertur cum parte, unde reſultat proportio dupla, (& vocetur æquabilitas primi gradus) vel aggregatum ex toto & parte una confertur cum parte altera, unde naſcitur proportio tripla, & dici poteſt, conſonantiæ quidem (poſito conſonas eſſe quod poſtea diſceptabitur) tertius, æpualitatis vero ſecundus gradus.

11. Æqualitatis tertius gradus ille eſt qui eodem modo reſultat â ſecundo, quo ille reſultabat â primo. ut ſcili-

ſcilicet factâ diviſione juxta æquabilitatem tunc primã, (nimirum in duo) jam ſecundam, nimirum in tria, collatio eodem modo ut illic inſtituatur, aggregato ſcilicet ex toto & parte (ſive aliquota ut 1, unde aggregatum eſſet 4, ſive aliquantâ ut 2 unde aggregatum eſſet 5, collato cum parte reliquâ, 1 vel 2.

[Purè Arithmeticè agendo plures gradus conſtitui, imò in infinitum progreſſio fieri poſſet. (quia omnis proportio inæqualitatis tandem ad æqualitatẽ reduci poteſt) vide Clav proœm. 5. Eucl. Harmonicos autẽ terminos inde non naſci niſi ex accidenti demõſtratio mox docebit. itaq; hic ſubſiſtimus. Porro intra eosdem terminos proportiones Harmonicè primas contineri, ſi vel minutia hæ (quæ nihil aliud ſunt quam diviſiones alicujus continui) $\frac{1}{2}$ *&* $\frac{2}{3}$ *inter ſe aut cum* $\frac{1}{1}$ *juxta omnes operationum in minutiis modos (de quibus videatur definitio 6. item Arithmetica. p 10. & ſeqq.) conferantur. Aut ſi aſſumatur hoc vel Poſtulatum vel Axioma:* in omni conſonantiâ prima vel terminum termino vel differentiâ termini â termino, alteri termino vel æqualẽ vel duplam vel â duplo menſurabilem & ubi talis menſurabilitas ſit, ibi conſonantiam eſſe: *docui alibi; illud in Janitore Lycæi Muſici Ao 1635. Rotenburgi edito, hoc in diſputatione Muſicâ tertiâ Altdorffi habitâ, & potuiſſem hic repetere, cum in ea conveniant omnes, quod æquabilitates ſonorum adeoq; conſonantias derivent ab uniſono vel duplâ. Sed prætuli tertium hîc traditum propter majorem quam præ ſe ferre videbatur originationis illius evidentiam.*

12. Harmonica diviſio chordæ vel lineæ chordæ

 reſpõ-

reſpődentis eſt, quæ exhibet partes continentes proporti onem Harmonicam.

13. Eſtq; vel perfecta, vel imperfecta perfecta vel ſtrictiſſimè dicta, vel ſaltē in ſuo genere Strictiſſimè perfectà Harmonicos terminos exhibet in qualibet collatiōe (ſive partis cũ parte ſive par: cũ toto, ſive deniq; agregati ex toto & parte una vel aliquib⁹, cũ parte aut partib⁹ reſiduis) perfecta in ſuo genere eſt quādo pars aut partes ſive cum reliqua parte aut partibus ſive cum toto conferuntur. Imperfectæ vero in una tantum aut altera harũ collationum Harmoniam exhibēt.

[primo ſenſu perfectè Harmonica diviſio ut poſtea apparebit eſt in partes tantum 2 aut 3, ſecundo etiam in 4, 5, vel 6. Imperfecta eſt in partes 8. 10. &c.

14. Quando ſoni conſoni plures duobus inter ſe conferuntur, oritur proportionalitas, & in collatione Mediorum ad extremos, Mediatio Harmonica. Hæc propriè & ſtrictè]dicta qualis ſit, dictum eſt in Arithmeticis, ut ſcilicet ſit quēadmodũ ratio majoris ad minimũ ita differentia illius â medio ad differentiam hujus ab eodem medio. *Habere autem hîc locum & naturam talem proportionalitatem in Harmonicis affectare ſenſus docet, adeò, ut Buccinaotres* die Trompeter: *intervalla Muſica purè non niſi ex Harmonica diviſione octava reſultantia exhibere poſſint. Non facit autem hæc proportionalitas proportiones harmonicas ſed eas præſupponit, & exornat.*

15. Latius autem, ſed tamen ſecundum ſimilitudinem prioris, Harmonica Mediatio dicitur, quando illa ratio extremorum ad Medium & differentias genere tantũ eadē eſt, ut ſcil. quēadmodũ maximus terminus major eſt minimo, ita differentia ejus â medio itidem

major

major ſit differentiâ minoris ab eodem medio: non tamen ejuſdem prorſus proportionis ut in ſtrictè dictâ.

15. Latiſſimè Harmonicè mediare dicuntur inter duos ſonos inæquales, omnes minimo majores & maximo minores. [*Non autem omnes naturæ æquè gratos vel conſentaneos eſſe, docent ea que ad definitionem 14 notata ſunt. Ut ita non ſatis conſideratè Kepplerus vanam pronunciârit proportionalitatem Harmonicam communiter ita dictam, hoc argumēto quòd & indiſſonis inveniatur, & ſoni utriq; extremorum conſoni inter utrosq; alii quàm eo modo mediantes cadere poſſint. Ad primum enim dicimus, quemadmodum Harmoniâ corpori animato debitâ deſtructâ deſtruatur corpus animatum; & tamen non ſequatur animæ aut vitæ Naturam in merâ Harmoniâ conſiſtere, aut ab ea effici; ita nec medietatem Harmonicam per ſe ſolam Harmoniam efficere, nec tamen propterea ocioſam eſſe. Ad alterum dicimus, Aliud eſſe Harmoniæ competere, aliud Harmoniam efficere, aliud dicere ſonum Harmonicū inter duos quocunq; modo cadere, aliter Harmonicè cadere; quēadmodū apud Ethicos rectū agere & rectè agere plurimum differūt. Porrò reliquæ definitiones ac diviſiones tùm proportionum tùm proportionalitatum (λόγων, καὶ ἀναλογιῶν) videantur in Arithmeticâ; & latius apud Clavium proœmio comment. in lib. 5. Euclidis.*

17. Ex diviſione chordæ Muſicalis juxta varias proportiones naſcuntur Intervalla quæ ſunt differentiæ inter ſonum gravem & acutum. quorum ſpecies earumq; definitiones juxta hodiernum canend modum paſſim apud Practicos obviæ ſunt. Breviter dicendo. (ut applicatio ſuo loco eò ſit expeditior) intervalla iis ſunt vel ſimplicia vel duplicata vel triplicata vel etiam quadruplicata. Simplicia vel majora vel minora, minora ſunt Toni ſeu ſecundæ, (vulgò exprimi ſolitæ voci-

bus

bus, ut re, re mi, fa ſol, ſol la.) & Semitonia. Et hæc duplicia, majus & minus, majus quod exprimitur per voces Muſicales vulgares mi fa, Belgicas, di ga & in ſyſtemate linearum alteram notulam in linea alteram in ſpacio (perinde ut ſecundæ) ſignatam habet & κατ᾽ ἐξοχὴν ſemitonium dicitur, differuntq; eo tertia minor & tonus. Semitonii minoris verò voces Muſicales diverſas quibus exprimãtur non habet, ſed eandem voçem vel depreſſius vel altius exprimũt. Signum depreſſionis ejusdẽ vocis in eadẽ linea v. ſpacio eſt b rotũdũ elevatiõis quadratũ vel ſignũ cõcellatũ an ✳. Et hoc intervallo apud practicos differunt ab invicem tertia Major & Minor. Majora intervalla ſunt in quibus hæc minora cõtinentur, ſuntq; Tertia utraq;, major & minor, Quarta, Quinta, Sexta utraq;, & Septima utraq;, & tãdem Octava. Tertia major duobus tonis, minor tono & ſemitonio. Quarta duobus, Quinta tribus, Sexta major quatuor, Septima major quinq; Toni cũ ſemitoniis Sexta minor verò trib⁹ Septima major quatuor Tonis cum duobus ſemitoniis, Octava deniq; Sex Tonis cum duobus ſemitoniis conſtat. Diverſæ iterum Quartarum Quintarũ Sextarum Septimarum ſpecies naſcũtur ex diverſo ſitu ſemitonii quod habent loco vel ſupremo vel infimo vel intermedio. Ex compoſitione verò certarum ſpecierum Quartæ & Quintæ naſcuntur diverſæ ſpecies Octavæ & conſequenter Toni ſeu Modi, de quibus ut dictum latius in libris Muſicorũ Practicis. Atq; hæc ſunt intervalla ſimplicia in genere canendi vulgari quod Diatonicum veterũ eſſe poſtea apparebit. Duplicata ſunt per unam, Triplicata per duas octavas hiſce altrora.

18. Inter-

18. Intervallum Muſicum aut quamvis proportionem in duas vel tres partes æquales dividere, propriè & ſenſu verè Mathematico eſt unum vel duo media proportionalia inter duos terminos dati intervalli conſtituere, Ita ut ſit quemadmodum alteruter datorum ad medium ſi unus, aut proximum mediorum ſi duo ſint, ita hic ad alterum & tandem ultimus mediorum ad alterum extremorum quod ubi & quomodo purè vel Geometricè in lineis vel etiam Arithmeticè in numeris fieri poſſit, vel non poſſit, dictum eſt ſuo loco. Ariſtoxenus autem intervallum aliquod Muſicum in duas vel tres partes diviſurus nudè differentiam in tot partes æquales diviſit, & alteram diviſionis partem minori termino adjecit, ex quo aggregato medius ipſi terminus conſtituebatur, qui in numeros redactus idem eſt cum medio Arithmetico.

19. Concinne intervallum dividitur in chordâ ſi minus intervallum majori inſcribatur; ut ita altera ejus pars ſit ipſum illud intervallum altera reſiduum intervalli diviſi. In numeris exprimitur talis diviſio, ſi proportio medii addatur minoris, ſubtrahatur majoris termini proportioni.

20. Octavæ maximè-naturalis diviſio ſenſu & experientiâ deprehenſa eſt in quartam & quintam, ita ut quinta ſit inferiore loco, proxima poſt eam ut quarta inferiore loco ſit. Quintæ vero naturalis ſub diviſio eſt in duas tertias quarum major inferiori minor ſuperiori loco ſit. [*Patent hæc ex ambitibus Tonorum & cantilenis buccinatorum. Quæ omnes incedunt intervallis, quæ exprimuntur vocibus Muſicalibus, ut, mi, ſol. Intervalla autem re, fa, la non admittunt aut certè non purè exprimunt. Atq; hæc bre-*

viter, cum practicis paſſim nota ſint, tetigiſſe ſufficiat. Porrò quia ii hodiernorum qui ſubtilitatem & ἀκρίβειαν præ aliis venãtur in lucubrationibus Muſicis interdũ & terminis veterum quibus Genera cantionum diſtinxerunt, utuntur & compoſitiones ſuas ita conſtituunt, ut ſimplici hoc intervallorum Diatonicorum genere non videantur contenti, & vel experientia vel naturalis quidam inſtinctus quadam ipſis videantur dictaſſe, quarũ rationes ſufficientes reddere poſſe nec ipſi nec alii videãtur niſi veterum, Ariſtoxeni potiſſimum & Ptolemai (horum enim uterque πρᾶξιν proximè, quamvis diverſis itineribus, ille per ſenſũ hic per rationes Mathematicas videtur æmulatus) placita aſciſcant, nos idem faciemus, ut & quid ipſi Demonſtrationibus conſentaneum attigerint, & quid de iis hodieque locum habere queat ſcire poſſimus.

21. **Genus cantionum eſt certa intervallorum juxta eorum magnitudinem & ordinem diſpoſitio: Tetráchordi, hoc eſt Quartæ ut hodie vocatur & quatuor ex quibus conſtat ſonorum (ad quos quatuor chordas temperârunt) intervallo à veteribus determinata.** [*Veteres cantiones ſuas & inſtrumenta illis reſpondentia determinabant Tetrachordis. Nam primum Inventorem citharæ Mercurium quatuor tantùm chordis uſum dicebant. Cum vero ad plura intervalla plures ſonos partim ſurſum partim deorſum adjiciendo perveniſſent, (de quo videatur Boëthius in Muſicis) ſcalam ſuam contexuerunt ex pluribus quartis ſeu Tetrachordis: idque ita, ut, ſi ſupremum intervallum inferioris immediatè conjunctum eſſet infimo ſuperioris, vel quod idem eſt, ſuprema chorda Tetrachordi inferioris infima eſſet ſuperioris, talia Tetrachorda συνημμένα & per συναφὴν, ſi autẽ tonum alium interpoſitum haberent, διεζευγμένα ſeu per διάζευξιν connexa dicerẽt. Et talia præciſè octavam conſtituebant. Et ſoni extremi talium Tetrachordorum*

chordorum in determinatione Generum cantionis vocabantur ſtabiles. quòd in quovis genere eodem modo ſe haberent, & chordæ eorum nunquã aliter temperarentur. Intermediæ autem chordæ mobiles dicebantur, quod pro variis cantionum generibus magis nunc intenderentur nunc remitterentur, Pure naturalia intervalla obſervantes cum extremis conſtituebant Genus Diatonicum σύντονον. Ex intenſione autem præter intervalla purè naturalia factâ Genera nata τονιαῖα, incitata, ex remiſſione μαλακά, mollia, item remiſſa dicebantur. Plura videre licet apud Plutarchum, Boëthium, Franchinum de Harmonia Muſical. inſtr. Martianum Capellam, Vitruvium, maximè verò apud Septem authores Muſicæ veteris à Meibomio nuper editos. Nos hæc eatenus tantùm perſequimur quatenus ad cognoſcenda & judicanda fundamenta intervallorum demonſtrativa neceſſarium videtur.

22. Genera Cantionum apud veteres tria fuerunt; Diatonicum, Chromaticum & Enharmonicum. Chromaticum ſubdiviſerunt; in molle & incitatum. Ariſtoxenus tertiam ſpeciem adjecit quam vocavit Chromaticum Hemiolium. Idem & Diatonicum in molle & incitatum diviſit. Quibus Ptolemæus ut refert Franchinus (aliis tamen quamvis & ipſi Ptolemæum citent, tacentibus ipſius Ptolemæi Canonicam ubi hæc haberi dicunt, videre mihi hactenus non contigit) duo adhuc Diatonica genera adjecit, quorum unum Tonicum alterum Æquale vocavit. Chromatici duo tradit, Incitatum & molle, Hemiolii nullâ mentione factâ. Genus Enharmonicum in plures ſpecies nec Ariſtoxenus nec Ptolemæus diviſit, quod cur factum videatur cauſa patebit ſuo loco.

23. Diatonicum Genus κατ' ἐξοχὴν Ariſtoxeno σύν-τονον dictum, ipſi Ariſtoxeno eſt, quod incedit per duos Tonos & dimidium Toni. Hoc eſt, ubi parte chordæ qua ſuperat partem quæ quartam ſonat in partes quinq; diviſâ, binæ ſingulis Tonis quinta ſemitonio tribuebatur. Diatonicum molle incedit ipſi per ſemitonium ſex uncias toni continens, & per duos tonos quorum unus novem unciis toni conſtet, alter tribus unciis Tonum Syntoni generis ſuperet. Chromaticum molle ſeu remiſſum incedit ipſi per duas Dieſes tertiam partem toni ſingulas comprehendentes, & Triſemitonium ſextante tonum ſuperans. Chromaticum Hemiholium conſtat primò duabus Dieſibus quarum quælibet trientem toni cum ſemiſſe unius unciæ & Trishemitonio dodrante tonum communiter dictum ſuperante. Chromaticum τονιαῖον ſeu incitatum conſtabat ipſi duobus ſemitoniis, hoc eſt ſemiſſem toni ſingulis continentibus, & Trishemitonio quod ſemiſſe tonum ſuperabat. Enharmonicum deniq; conſtabat ipſi duabus Dieſibus quarum quælibet quartam partem toni & Ditono qui duos Tonos continebat. [*Praxis harum diviſionum breviter hac eſt. Pars Chordæ vel lineæ chordæ ſubjectæ qua ſuperat ſonum quarta (quam quartam totius eſſe Ariſtoxenus ſenſit, & rectè hac in parte ſenſiſſe ſuo loco patebit) dividatur in partes 30, harum duodecim aſſignentur Tono in Diatonico Syntono, ſex ſemitonio in eodẽ, quatuor dieſi Chromatis mollis, ſex dieſi chrõatis incitati, quatuor cum dimidio Dieſi chromatis Hemiholii, tres Dieſi Enharmonicæ. & remanebunt pro Ditono Enharmonico 24 pro Trishemitonio Chromatici mollis, 22, Hemiolii 21, Incitati 18. Tono minori vero Diatonici mollis aſſignabis 9, majori ejusdem*

15 ejusmodi

15 ejusmodi partes. ſemitonio iterum remanebunt 6. ſemper minori parti chordæ verſus dextram adjicienda.

24. Ptolemæi Genera, videlicet ut dictum Diatonicum quatruplex; Incitatum (Ariſtoxeno Syntonum) Molle, Tonicum & Æquale, Chromaticum tam Incitatum quàm Molle, & tandem Enharmonicum, facillime ex adjunctâ tabellâ conſpiciuntur.

IN GENERE

Diatonico

proportio chordæ			Concitato		Molli		Tonico		Æquali	
I.	ad	II.	eſt ut 16	ad 15	ut 21	ad 20	ut 25	ad 27	ut 12	11
II.		III.	9	8	10	9	8	7	15	14
III.		IV.	10	9	8	7	9	8	10	9

Chromatico concitato		molli		In Enharmonico	
ut 22	ad 21	ut 27	ad 26	ut 46	ad 45
16	15	15	14	24	23
6	5	6	5	5	4

Hoc eſt ſi v. g. Genus Diatonicum concitatum Monochordo inſcribere voles, Et intervalla minora eſſe debebunt infimo loco, tunc totam chordam divides in partes 16, de his partes 15 oſtendent proportionem chordæ ſecundæ. Portio hæc ſecundæ chordæ debita, dividatur in partes novem. Octo de his dabunt ſonum chordæ tertiæ. Tertia hæc chorda dividatur in partes decem, novem de his dabunt Chordam quartam. Si verò intervalla minora eſſe debebunt ſupremo loco, tunc vel ordo mutandus

 erit

erit, & à minimo intervallo initium capiendum, dividendo partem ſeu chordam Tetrachordi minimam in partes quindecim, unâ de his illi adjectâ dabitur chorda ſecunda, inferiore hac diviſâ in partes octo, unâ adjectâ, dabitur chorda Tertia, hac diviſâ in partes novem, unâ adjectâ proveniet tota Chorda infima. Aut poterit nihilò minus ab infimo loco initium ſumi, ſed ab intervallis majoribus, dividendo totam Chordam in partes 9, proximam in decem, tertiam in ſedecim, de hac quindecim dabunt quartam. Imò quomodocunq; factæ ſint diviſiones ſi pro conſtituendo Tetrachordo initio ſtatim tota chorda diviſa eſt in partes quatuor, tunc duabus intermediis chordis dicto modo quæſitis extrema duæ ſponte reſultant, imòjam adſunt.

Pro collatione harũ proportionũ cum proportionibus quæ reſultant ex diviſionibus Ariſtoxeni, notandum: fruſtra ibi certas proportiones intervallorum requiri, cum tantum differentias æqualiter dividens alteram diviſionis partem minori termino adjecerit, quæ diviſio proportionalitatem propriè dictam vel nullam vel non niſi Arithmeticam parit. Diatonici tamen incitati ſeu, ut ipſe vocat, ſyntoni intervalla (caſu quaſi, ſi ipſius intentionem reſpicias) eadem cum Ptolemaicis reſultant in ordine intervallorum Tetrachordi eo, quo ſemitonium tanquàm minimum intervallorum eſt ſupremo loco. Sit enim Tetrachordis chordi minima partium 90, maxima 120 ad 90, adde pro ſemitonio partes 6, fiunt 96, quorum proportio ad 90. adde pro ſemitonio partes 6, fiunt 96, quorum proportio ad 90 eſt ut 16 ad 15. Ad 96 adde partes toni 12, fiunt 108, quorum ratio ad 96 eſt ut 9 ad 8. Ad 108 adde iterum 12 pro tono altero, fiunt 118, horum proportio ad 108 eſt ut 9 ad 10. Si vero ſemitonium eſt infimo loco proportiones ex Ariſtoxeni diviſione etiam in Diatonico genere admodum incondita proveniunt v.g. ad 90 adde 12 & fiunt 102. Horum proportio 90 debebat eſſe ut 10 ad 9 vel 9 ad 8. Sed provenit in minimis ut 15 ad. 17 & ita in reliquis.
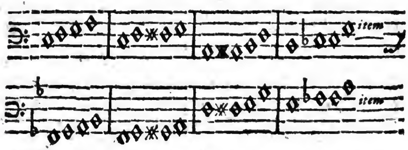
Digitized by Google

Pro applicatione eorundem generum ad praxin hodiernam inſpiciatur ſequens Tabella, inſtar definitionum talium quæ Demonſtrationibus præmitti ſolent, nihilq; ſunt aliud quam mentis noſtræ explicatio. An autem ſolidum habeant in Naturâ cantus fundamentum patebit infra ſuo loco.

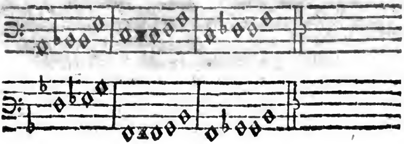
Applicatio generum cantionum â veteribus traditorum ad praxin hodiernam ejusq; Characteres Muſicis noſtris uſitatos

Genus Diatonicum *Syntonum* *Incitatum.*

Genus Chromaticum *molle 1. ratione intervallorum* *2. ratione modi fictionis.*



Genus Enharmonicum
concitatum *molle.*



Nota 1. Cur tantum Diatonicum ſyntonum appoſitum ſit omiſſis reliquis illius ſpeciebus, ratio apparet ex propoſit: 18. & 22. Noſtrates in locum Diatonici incitati ſubſtituiſſe videntur cantũ durũ, in remiſſi ſeu mollis cantum ut vocant mollem ſeu tranſpoſitum. Sed hæc ſententia non attingit mentem veterum, quippe qui diverſas tonorum & ſemitoniorum ſpecies diverſis hujus generis ſpeciebus aſſignârint; quæ diverſitas hîc non eſt. cum ejusdem proportionis ſemitonium ſit inter A & B cum eo quod eſt inter E & F, ejusdem proportionis tonus inter G & A cantus mollis qui inter D & E cantus duri &c. Longius adhuc â vero aberrant qui nudam fictionem ad genus cantionis â Diatonico diverſum conſtituendum ſufficere putant.

2. Genera hæc etſi in omnibus Tetrachordi ſpeciebus adhiberi poſſint, exhibita tamen hîc eſſe tantum in iis quæ intervalla minora eſſentiam eorum conſtituentia habeant infimo loco, idq; facilioris collationis causâ cum veteribus, & quia in reliquis ſpeciebus paulo intricatior videtur.

3. Intervalla hic poſita eſſe (præſertim in Chromatico & Enharmonico) tantum eſſentialia quibus tamen, præſertim in polyphonia plura adjungi poſſint, imo debeant. & quidem 1. ea, quæ ad integritatem ſcalæ pertinent, ita ut nec Ditonus nec Semiditonus in Enharmonico & Chromatico genere neceſſariò ſit incompoſitus ſed omnino uterq; ſalva ipſius generis eſſentia compoſitus eſſe poſſit & in Polyphonia quam primi authores horum generum ignorârunt, debeat. Adeoq; 2. adjiciendas eſſe etiam hiſce conſonas per omnes conſonantiarum ſpecies, videlicet non octava tantum ſed & quarta, quinta. tertia & ſexta utriusq;, ut ita in praxi neceſſariò ſcala mixta oriatur. vide prop. 19.

Digitized by Google

Caput 4 De Poſtulatis & Axiomatibus Harmonicis,

Poſtulata ſunt ſequentia 1 Conſonantiam eſſe ſcibilem, demonſtrabilem & in omni quantitate regulariter ſonora (ſeu rectâ ſeu circulari) demonſtrativè deſcriptibilem.

2. Datâ chordâ æquabili aut lineâ rectâ chordæ ſubjectâ, quæ ſpacii ad ſpacium ſeu partis ad partem, proportio ſit, eandem eſſe ſoni ad ſonum.

3. Totum ad ſuam partem & laxius ad ſe tenſum graviorem ſonum edere.

4. Chordam Muſicalem in infinitum poſſe dividi; & quantumvis longa ſit, dari tamen poſſe longiorem. [*Experienria tamen docet proportionem gravioris quàm ſit fiſtula in organo pedum ſedecim & acutioris parte illius quo ad longitudinem & amplitudinem decimâ ſextâ diſtinctè ab auribus iudicari vix poſſe. Monochordi etiam inſtrumentum* (*de quo poſtul 6.*) *quatuor ad ſummum pedibus longius, etſi intervallorũ diſtinctionem clarius exhibeat multas tamẽ objicere in intervallis aurium ſenſu judicandis difficultates ipſo facto deprehendi.*

5. Diviſionem chordæ exhibentem intervallum, ſenſibus concinne reſpondens, habere rationem ſuæ concinnitatis aliis concinnis ἀνάλογον, quamvis non ſemper ac neceſſariò il i præcisè diviſioni & proportioni â qua eſt deducta reſpondentem, ſed interdum alii vicinæ ead m concinnitate auribus abblandienti. [*onfer princ.pium 8 cap. 2.*

6. Datis pluribus diviſionum punctis intervalla ſenſibus g ata exprimentibus, ſi utraq; diviſio concinnas & ſufficientes rationes â priori habeat, utriusq; pro-

portio peculiaris ſpeciei judicabitur, quamvis forte ſenſui ejusdem ſpeciei v. g. utrumq; Tonus vel Dieſis eſſe videatur. (*Nam ejusdem ſpeciei diverſæ ſpecie cauſa proximæ eſſe non poſſunt*) aut ſi una habeat, rejectâ alterâ quæ non habeat, aut minus evidentem habeat, quantumvis auditui utraq; videatur probari [*vide iterum principiū 8. capitis 2di. Porrò pro Illuſtratione horum poſtulatorum faciunt Inſtrumenta chordis intenſis inſtructa, præſertim id quod Monochordum vocant & Arabibus authoribus acceptum ferunt. Cujus conſtitutionem breviter ut tradamus; fabricetur Inſtrumentum ligneum cavum, quatuor circiter pedum in longitudine. huic ſuper inducatur chorda duobus ponticulis, quales ſunt pandurarum ſeu, ut vocant violarum, ſuffulta; ab intero ullo unius ponticuli ad alterum ducatur recta linea, (una vel aliquot pro ut ſcilicet juxta multorum authorum ſententias diviſiones cupis inſcribere) pro inſcriptione intervallorum. Deinde paretur alius adhuc magas ſeu ponticulus mobilis, quo chordæ in dato aliquo diviſionis puncto ſuppoſito proportionem partium chordæ ſingularium vel ad invicem vel ad alteram integram, in uniſono ad totam juxta tenſam, explorabis.*

Axiomata ſimplicem aſſenſum (præſertim ſi experientia cujus beneficio axiomata colliguntur, adhibeatur) merentia judicamus ſequentia.

1. Soni abſolutè æquales conſoni ſunt.

2. Dupli minorum & dimidii majorum æquiſonant ipſis & quicunq; aliis æquiſonant vel dupli eorum ſunt, vel dimidii, vel duplicatione aut dimidiatione ab eis procreati. [*Hoc ſenſus docet in monochordo.*

3. Æquiſoni conſonis conſoni ſunt. & diſſonis æquiſoni diſſoni ſunt.

4. Dan-

4. Dantur conſoni qui nec æquales ſunt nec dupli vel ſubdupli nec ab his per duplicationem aut dimidiationem procreati.

5. Poſt aliquos conſonos primò in ſuo genere cōſoni ſunt aut nulli, aut non niſi ii qui eodem modo vel ab iis vel à perfectioribus procreantur, quo illi à perfectioribus procreati ſunt. [*Quia iidem aut ſimiles effectus eiuſdem aut ſimiles habent cauſas.*

6. Conſoni uni indiviſo, conſoni ſunt etiam inter ſe. [Quemadmodum quæ uni tertio eadem vel æqualia ſunt, ea etiam inter ſe eadem aut æqualia ſunt.

7. Proportio inter unitatem & numerum primum, (*vide Arithmet. p 7. & Eucl. in Definit. l. 7. Element*) aut primò conſona eſt, aut prorſus diſſona.

8. Si duo ſoni eidem intervallo concinno ſimiles in diverſas proportiones incidant, tùm vel ſunt diverſæ ſpecies ejuſdem intervalli & tunc genere convenire debent, (v. g. utraq. debet eſſe vel multiplex vel ſuperparticularis vel ſuperpartiens) vel altera earum vitioſa eſt; ea ſcilicet, quæ eſt ex genere imperfectiorum proportionum.

9. Proportio gradus ab æqualitate ita remoti, ut tandem omnium aut ſaltem plerarumq; proportionum Terminos conſonos efficeret, non efficit conſonantiam nec per ſe concinnitatem. [*Quia ſenſus oſtendit multo plures proportiones diſſonare quā conſonare, & multo plures incōcinnas quam concinnas eſſe.*

10. Soni quibus alii conſoni vel concinni inter ſe differunt & ipſi concinni ſunt [*non tamen ſequitur quod etiā voce humana diſtincte exprimibiles, aut etiam ab auribus di-*

 ſtincte

diſtinctè judicabiles, (obſtare enim poſſit parvitas) multo minus quòd ſimul cantati conſoni ſint.

11. Terminus proportionis Conſonæ alium conſonùm menſurans per conſonum, parit terminos proportionis ſaltem concinnæ [*conſonæ autem non ſemper quia aliàs fieret proceſſus in infinitum, quod naturæ & ſenſui repugnat.*

12. Omnes termini concinni vel conſoni, aut primi ſunt aut â primis menſurantur.

13. Omnis proportio conſona quanto ſimplicior, tanto perfectior eſt. [*Quia primum in omni re ſimpliciſſimum eſt.*

14. Terminus compoſitus proportionis per ſe conſonæ non niſi ex conſonis compoſitus eſt [*Quia cauſatum non eſt deterius causâ ſuâ materiali.*

15. Dupla proportio maximè concinnè dividitur in proportionem ſeſquialteram & ſeſquitertiam: ſeſquialtera in ſeſquiquartam & ſeſquiquintam [*Tali enim diviſione conſtituitur medietas Harmonica.*

16. In quaſcunq; ſeu cujuſcunq; proportionis partes tota chorda concinnè dividitur, in eaſdem etiã pars concinne dividi poteſt. & contra, in quaſcunq; pars in eaſdem tota chorda aut quælibet alia pars major vel minor dividi poteſt [*Intelligendum autem hoc de partibus communem cũ totâ chordâ & inter ſe terminum habentibus. Practici Tranſpoſitionem vocant*

17. Terminus alicujus proportionis ab æqualitate non minùs remotus quàm diſſonus & inconcinnus, & nec conſonum nec concinnum vel menſurans, vel pro menſurâ agnoſcens, & ipſe diſſonus & inconcinnus eſt.

Cap. 5.

Caput 5. continens Theoremata & Problemata Harmonica.

Propoſitio. 1. Theor. 1. Uniſonus conſonat ex Ax. 1.

2. Soni ad invicem dupli vel dimidii conſonant, per Ax. 2.

3. Soni ad invicem tripli vel quintupli conſonant, per Ax. 4. & 5. & defin. 9 & ſeqq. Nam ut in hiſce dictum eſt, procreantur ex dupla eodem modo quo ipſa procreata eſt ex æquali, Ergo vel conſoni ſunt, aut nulli alii conſoni dantur præter æqualem & duplam, per Ax. 5. dari autem alias dictum eſt Ax. 4.

4. Proportio quatrupla octupla ſedecupla, & ſic deinceps, conſonant, ex Ax. 3. quia æquiſonant duplæ.

5. Proportio ſeſquiquarta 4 & 5 & dupla ſeſquialtera 2 & 5 conſonant ex Ax. 3. quia æquiſonant quintuplæ ex Ax. 2.

6. Proportio ſeſquiquinta 5 & 6. conſonat per Ax. 6. Quia termini ejus conſonant Unitati.

7. Proportio ſeſquitertia 3 & 4, ſuperbipartiens tertias 3 & 5, ſupertripartiens quintas 5 & 8, conſonant, iterum ex Ax. 3. quia prima æquiſonat ſeſquialteri, ſecunda ſeſquiquintæ, tertia ſeſquiquartæ.

8. Proportio in qua alter terminus eſt vel ſeptenarius vel novenarius (in numeris ſcilicet primis) non conſonat. Ex Ax. 7. & 8. Item ex poſtul. 1. cum enim omnes digiti ſolis hiſce exceptis conſonantiæ imo novenarius (ut mox patebit) concinnitati aptus ſit, apparet ſi ſeptenarius etiam inter conſonos reciperetur omnes numeros compoſitos concinnitati & pleroſq; conſonantiæ aptos futuros, omnes enim compoſiti ex digi-

Digitized by Google

tis componuntur, At omnes ex conſonis compoſiti vel conſoni vel concioni ſunt. ex Ax. 10 & 11. Ergò major pars conſona & multò major concinna eſſet. Rejicitur præterea ex poſtul. 1, quia demonſtrativè in circulo deſcribi non poteſt, ut demonſtravit Kepplerus. [*Rejecimus ſanè ſupra fundamenta Harmonica Keppleri quatalia, ſed hoc quod hic acceptamus purè Geometricum eſt. Præterea concedimus ipſi. & interpoſtulata aſſumſimus, omnem proportionem conſonam etiam in circulo demonſtrativè deſcriptibilem eſſe Hinc autem non ſequitur. omnem deſcriptibilem conſonam etiam eſſe. vide cap. 1.*

9. Proportio ex ſeptenario conſtans, ne concinna quidem eſt. Aut enim eſſet prima aut compoſita ex Ax. 12. non prima ut vidimus propos: antec: non compoſita quia ipſe hic numerus ex aliis compoſitus non eſt, ſed primus. ergo à nullo couſono potuit procreari quod requirit Ax. 12. [*Atq; hic eſt nodus quem nullus adhuc Muſicus quem quidem ego viderim ſolvere potuit; ne Zarlinus quidem & Calviſius quamvis veritati valde propinqui, imo quo ad τὸ ὅτι inpleriq; eam adepti. Quî ſcilicet fiat quod octonarius & denarius conſonantiam, novenarius ſaltem concinnitatem ſeptenarius vero neutram conſtituat, cum tamen hic Unitati adeoq; æqualitati propior ſit? Reſp. æqualitatem ut in ſeptenario ad conſonantiam inſuffıciens ſit, ita nec numeros illo majores vel conſonos vel concinnos efficere. ſed hoc, quod vel æquiſoni conſonis vel ab ipſis menſurabiles ſint quorum neutrum de Septenario dici poſſit.*

10. Numerus impar major ſeptenario non conſonat. imò ſi juxtà ſit primus, ne concinnus quidem eſt. Ex eadem ratione, qua ipſe Septenarius, & tantò minus quantò remotior eſt ab æqualitate.

11. Con-

11. Conſonantiæ primæ ſunt tantùm tres; eæ ſcilicet, quarum proportionem ad unitatem exprimunt hi numeri, 2, 3, 5, Quia omnes alii conſoni, horum multiplices adeoq; ex ipſis compoſiti ſunt. Ergo poſteriores ex Ax. 19.

12. Omnes termini conſoni qua tales vel primi ſunt, 2, 3, 5 vel primis æquiſoni hoc eſt vel dimidii eorum, ut 1, vel dupli ut 4, 6, 10. vel duplorum dupli ut 8, 12, 20, & ſic deinceps. Si enim alius terminus ab his diverſus conſonabit, erit is vel par vel impar. ſi par, etiam dimidius ejus conſonabit, quia eſt æquiſonus, adeoq; duplus erit conſoni. Si impar, erit is vel Septenarius vel Septenario major vel minor At Septenarium vel ipſum, vel ipſo majorem non conſonare demonſtratum eſt pag. 8 9. 10 minor ipſe vel 3 vel 5. [*Dixi autem qua tales. nam v. g. 9 conſtituere poteſt conſonantiam cum 6 vel 12, non tamen qua novenarius ſed quatenus ad 6 vel 12 habet rationem quæ eſt ternarii ad binarium vel quaternarium. Atq; hæc eſt celebris illa trias Harmonica in maximâ etiam Polyphonia v. g ſi tres voces ſint, una in c, ſecunda in e, tertia in g, omnes reliquæ conſonæ eaſdem claves obtinebunt adeoq; harum æquiſonæ erunt. Si autem diverſas obtinebunt, diſſonabunt, & aures offendent, niſi diſſonantia illa artificiis tegatur, quorum artificiorum ſpecies omnes commemorare â præſenti inſtituto alienum & ferè infinitum eſt, Quia ars eſt* περὶ τὰ ἐνδεχόμενα ἄλλως ἔχειν *quæ infinita ſunt. Unum inſigne, quia ſcrupulum movere poſſet, tradetur propoſ ſequenti.*

13. Terminus conſonus uni trium terminorũ cõſonorum, reliquorum autem uni vel etiam utriq; eorum diſſonus, adeò auditum non offendit, ut etiam ſuavi titillatione eum afficiat. Cauſa in promptu eſt ex Analo-

gia

gia ad guſtum, ubi ea quæ ipſi in ſeſe moleſta ſunt, cum ſuavibus contemperata, aut cum condimentis uſurpata, gratum ſaporem excitant [*Riſu itaq. dignus erat ineptus quidam, quamvis magnus Muſicus videri vellet, qui quendam mihi notum interrogatum num ſeptima eſſet diſſonantia, & affirmantem irridebat. quia ſcilicet in compoſitione quandoq; adhiberetur. dignus qui aceto, imo ellebori extracto propotu ordinario uteretur.*

14. Chordam Muſicalem juxta intervalla primo dividere, ſingula proportionibus ſibi competentibus notare, & nomina illis ex ſententia Practicorum competentia aſſignare. Fieri hoc poterit partim ex propoſ. 10 partim ex definitione ſeptimâ, ſi chorda quæ ſit (in figurâ æneâ) CI, adeoq; ſignata pro ſcalæ initio eâ literâ quæ hodie nota eſt ſoni graviſſimi. dividatur in partes 2, 3 & 5. Dico, ſi partes terminatæ unâ cum totâ in literâ I, conferantur cum totâ CI, tunc partem notatam proportione ſubduplâ $\frac{1}{2}$ ſonare ad totam illud intervallum quod vocetur octava. Quia ex definitione 17, æqui ſonet toti, adeo ut omnia intervalla poſt eam duplicata ſint eorum, quæ intra Cc, continentur. Debetur igitur ei c, quæ nota eſt octavæ apud Muſicos. Partem notatam ſubſeſquialterâ $\frac{2}{3}$ dico ſonare quintam, iterum ex definirionibus numero 17 comprehenſis & Axiomate 25. adeoq; deberi ipſi G. Partem ſubſeſquiquartam $\frac{4}{5}$ eſſe tertiam majorem ex iiſdem definit: & Axiomat: Ergo deberi ipſi clavem Muſicalem E. Ex iiſdem conſtat Inter G & C eſſe intervallum quod quartam inter E & G quam Tertiam minorem vocant. Et quia eadem proportio eſt inter $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{2}$ nimirum $\frac{5}{6}$ etiam illam eſſe tertiam minorem adeoq; puncto $\frac{3}{5}$ deberi ex ſcala Muſicali A.

Porro

Porrro quis Tertia minor A c differt á Quartá G c Tono, ſequitur G A Tonum ſeu ſecundam eſſe. Cum vero $\frac{5}{6}$ & $\frac{3}{4}$ ab invicem ſubtracta relinquant proportionem, nõ $\frac{8}{9}$ quam veteres omni Toni aſſignârunt, ſed $\frac{9}{10}$, ſequitur aliquem ſaltem Tonum in hac proportione eſſe. Tandem cum $\frac{1}{2}$ duplicatum ut practici (dimidiatum potius ut Arithmetici & Harmonici loquuntur) ſit proportionis $\frac{4}{5}$ & $\frac{1}{5}$ proportionis $\frac{2}{5}$ item $\frac{1}{3}$ proportionis $\frac{2}{3}$ ſequitur claves pro vocibus Muſicalibus iis aſſignantas c, g; [*Huc præcipuè ſpectat figura in fine annexa in qua ut & in contextu ſi res ita ferat literæ Muſicales alphabeti octavæ primæ ſignata ſunt literis Romanis, ſeu ut vocant verſalibus, ſecundæ majuſculis (nõ verſalibus) Tertiæ literis minuſculis quadratis, quas Typographi Ciceronianas vocant quartæ curſivis.*

15. In eandem chordam etiam diviſiones reliquarum conſonantiarum non primarum quidem, ſed tamen ex diviſione perfectè Harmonica ſaltem in ſuo genere reſultantia adjicere. & nomina intervallorum è praxi vulgari ipſis competentia aſſignare. Tales ſunt proportiones, quarum terminus major eſt 4. vel 6. quibus reſpondentia puncta ſunt $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$ Item $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ ($\frac{2}{4}$ idem ſunt quod $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{6}$ ut & $\frac{4}{6}$ item ac $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$) Porrò cum ex demonſtrationibus antecedentibus appareat (explicationem quomodo id appareat compendii ſtudio omittimus) $\frac{5}{6}$ eſſe tertiam minorem. $\frac{3}{4}$ Quartam (illa enim eadem eſt quæ inter A C, & hæc eadẽ quæ inter G C) Ergò ex Scala Muſicali illi aſſignanda eſt b E, (ſeu E cum ſiniſtrâ appendiculâ. exempla vide in figurâ æneâ) huic F. Item, quia $\frac{1}{4}$ æquiſona in acutum eſt ipſi $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{6}$ ipſi $\frac{1}{3}$, patet claves ejuſdem nominis, (ſed ex ordine acutiorum) ipſis aſſignandas, videlicet c & g. Porro cum inter F & G

ſit Tonus (differentia quintæ â quarta) isq; in proportione $\frac{8}{9}$ hinc ſequitur; Pythagoram rectè quidem obſervaſſe, dari Tonum in hac proportione, licet non recte inde concluſerit, omnem Tonum hac proportione contineri. Cũ detur etiam in $\frac{9}{10}$ ut propoſitione antecedente demõſtratum eſt. Inter E & F eſt ſemitonum practicorum, quod voce mi fa exprimunt, quia differt eo Tertia minor E F, â tono F G. eſt autem in proportione $\frac{15}{16}$ quia $\frac{8}{9}$ ſublata â $\frac{5}{6}$ hanc ipſam proportionem exhibent. Porro quia proportio $\frac{15}{16}$ ſublata â proportione Toni ſive majoris $\frac{8}{9}$ ſive minoris $\frac{9}{10}$ ſemper minorẽ proportionem relinquit, quàm ipſa eſt, in priori ſcilicet $\frac{128}{135}$ in poſteriori $\frac{144}{150}$ in minimis Terminis $\frac{24}{25}$ ſequitur inde contra Pythagoricos, rectè practicos intervallum hoc ſemitonium majus, alteram toni partem minus dixiſſe. Tandem inter claves E & b E eſſe ſemitonium minus, id ſcilicet quo differt Tertia major â minore, conſtat ex definitionibus practicorum ſupra citatis. Et quia $\frac{5}{6}$ ſublata â $\frac{4}{5}$ relinquunt, $\frac{24}{25}$ proportionem minorem quàm $\frac{15}{16}$ patet iterum rectè â practicis ſemitonium hoc minus dici.

15. Tertia Major practicis ut mi, vel fa la, conſtat duobus Tonis, non autem æqualibus quorum uterq; ſit in proportione ſeſquioctava ut putarunt Pythagoræi, ſed inæqualibus, quorum alter quidem ſit in ſeſquioctava ut dictum, alter autẽ in ſeſquinona $\frac{9}{10}$. [Conſtabit hoc, ſi â proportione $\frac{4}{5}$ quæ Tertiæ majoris eſt ſubtrahas $\frac{8}{9}$, provenit enim proportio $\frac{36}{40}$ in minimis $\frac{9}{10}$ ut ut dictum.

17. Quantum errârint Pythagorici circa utranq; ſpeciem Tertiarum Tonorum & Semitoniorum oſtendere. [Tertiam majorem compoſuerunt ex duobus Tonis æqualibus proportionis $\frac{8}{9}$ Adde itaq; hanc proportionem

tionem ſibi ipſi, & naſcetur Ditonus Pythagoricus $\frac{64}{81}$ Auffer hinc veram Tertiæ majoris proportionem, & reſtat proportio erroris $\frac{320}{324}$, in minimis, $\frac{80}{81}$. Et tantum etiam eſſe errorem circa Tonos ipſos, patebit ex ſubtractione minoris $\frac{9}{10}$ â majore $\frac{8}{9}$. Pro Tertiâ minore quam Semiditonum vocant, ſubtrahe Tonum $\frac{8}{9}$ â quartâ $\frac{3}{4}$ provenit $\frac{27}{32}$ â vero $\frac{5}{6}$ reſtat error $\frac{162}{160}$. Ad Semitonia quod attinet, Semitonium Diatonicum, vulgo per Mi fa exprimi ſolitum, audivimus eſſe in proportione $\frac{15}{16}$. ſubtrahatur jam ditonus Pythagoricus $\frac{64}{81}$ â Quartâ $\frac{3}{4}$ quæ in ſcala Muſicali eodem intervallo vincere Ditonum perhibetur, reſtat pro Semitonio Diatonico Pythagorico $\frac{243}{256}$ Cujus differentia â $\frac{15}{16}$ iterum eſt proportio $\frac{80}{81}$. Pro Semitonio Chromatico auffer Semitonium eorum Diatonicū $\frac{243}{256}$ â Tono. cujus proportio juxta ipſos ſemper eſt $\frac{8}{9}$ & reſtat pro Semitonio Chromatico proportio $\frac{2048}{2187}$. Auffer hinc Semitonium Chromaticum verum $\frac{24}{25}$ reſt: pro Errore proportio $\frac{51200}{52488}$ In minimis $\frac{6400}{6561}$

Corollarium.

Patet hinc ſi in intervallis ſucceſſivè tantum concinnis (aliter enim ſe res habet in conſonis) error non importet proportionem majorem quam ſunt hæ computatæ, fruſtra ſenſum opponi demonſtrationibus concinniores proqortiones oſtendentibus. conf. cap. 1. principium octavum.

18. Intervallorum Generis Diatonici vulgaris proportiones aſſignare, & quomodo cum Generibus veterum ejuſdem nominis vel congruant, vel non congruant oſtendere.

 Dico

Dicò primò tale Genus eſſe in intervallis quæ in ſcalâ in figurâ æneâ deſcripta ſint literis E, F, G, A. Quia vero proportionibus eorum ab invicem ſubtractis provenit inter G A proportio $\frac{9}{10}$. inter F G $\frac{8}{9}$ inter E F $\frac{15}{16}$ patet exactè id convenire cum Diatonico incitato Ptolemæi. Dico & cum Ariſtoxenico convenire; exactè quidem in eâ Tetrachprdi ſpecie quæ Semitonium habeat inter ſonos acutiores. quia computus ejusdem ſpeciei intervalla exhibet; ſaltem verò ita, ut ſenſus diſcrepantiam non animadvertat, ſitu etiam tali, ubi ſemitomitonium proximè incidit in Semitonium Pythagoricum, quod tot ſeculis pro vero habitum, adeoq; diſcrimen ſenſu animadverſum non eſt. Diverſarum autem ſpecierum Diatonici diſcrimen in praxi hodiernâ ubi omnes Toni pro æqualibus ſumuntur (vide in calce figuræ æneæ diviſionem intervallorum ad mentem organiſtarum factam) vix apparet. confer prop. 22.

Transpoſitio tamen per ſecundam ſuperiorem, vel, quod perinde eſt, quando v. g. in Tono Dorio naturali claves f & c perpetuâ fictione ſemitonio ✱ elevantur, aut in ficto ſeu bmollari clavis, e Semitonio deprimitur. Tunc prior illa fictio Genus incitatum, poſterior remiſſum conſtituere poſſet. Quia præter conſuetudinem Diatonici communiter dicti chorda aliqua illic incitatur ſeu intenditur, hic remittitur.

19. Chromatica genera Demonſtrativè determinare, & quomodo cum Chromaticis veterum conveniant oſtendere. Chromaticum genus continua habere duo ſemitonia conſtat ex definitione numero 24. Antequam autem ad determinationem ejus accedam; non poſſum quin ad evitanda facilius ſiniſtorum judiciorum

præci-

præcipitia, falſas Hypotheſes quæ nonnullis obſtent removeam. Peccari ſcilicet videri hic à nonnullis in exceſſu, à nonnullis in defectu. In Exceſſu peccaſſe videtur Jaches Werth inſignus Muſicus ſuo tempore (imò etjam hodierno, niſi amor novitatis & pene dicam levitatis in Muſicâ Eccleſiaſticâ luminibus optimorum & melioris ſeculi Muſicorum, Orlandi, Utendelii, Riccii, hujus ipſius Werthii & ſimilium officeret) is tamen inquàm exceſſum vel commiſiſſe vel apud alios aluiſſe videtur, dũ in Cãtione; Adeſto dolori meo, Chromaticũ Genus exprimere conatus, ſemitoniis continuis non duobus tantum ſed aliquam multis voces fecit incedere, ut ita putaſſe videatur Chromaticum Genus non niſi Chromata, hoc eſt Semitonia pro genuinis in hoc genere intervallis agnoviſſe. Sed hoc fuiſſe contra intentionem veterum vel inde patet, quòd ipſi Naturam hujus Generis (ut & aliorum) quatuor tantum chordis intra intervallum quod Quartam vocant, contentis, determinarũt, cujus tamen ſpacium quatuor Semitonia (quibus ſingulis ſingulæ chordæ ex hac Hypotheſi aſſignandæ forent) non compleant; imo ipſi diſerte intervallum duarum chordarum extremarum continuarum Semiditonum, ſeu ut ipſi vocant Triſhemitonium incompoſitũ, hoc eſt quod tria quidem Semitonia ambitu ſuo contineat, tres autem ſonos tribus illis intervallis convenientes tribus chordis actu non exhibeat, conſtituerint. In defectu autem peccant, qui cantionem non niſi ex iis intervallis quæ veteres chordis peculiaribus expreſſerint conſtãtia ad genera illa quadrare putant, & quia hac ratione melodia inſuavis & hiulca (tonis quippe ſeu ſecundis plane deſtituta) naſceretur, indigna illa Genera imi-

tatione exiſtimant. Sed & hi errant. Eſto enim in citharis eorũ intervallum quartæ pluribus chordis quàm quatuor inſtructum non fuerit, (quod ita fuiſſe argumẽto videtur factum Lacedæmoniorum qui referente inter alios & decretum recitante Boëthio) Muſicum plures Chordas citharæ inducentem civitate privârunt) non ſequitur tamen, quod in Cantionibus citharæ adaptatis plura intervalla non adhibuerint. Cum (1) notum ſit, uni notulæ contra puncti (ut Muſici proximi ſeculi vocârunt) præſertim longius extenſæ plures minores adaptari poſſe. Præterea (2) mentio fit apud Ciceronem in Verrinis modi cujusdam in citharis canendi quem vocârint intus canere & ſingularis artificii ſeculi illius Muſici indicârint, manu ſiniſtrâ dum dextra plectro fides percuſſerit, peractum. Hoc valde probabile eſt idem apud illos fuiſſe, quod apud noſtrates in citharis & panduris, ſeu uti vocant, violinis quæ itidem quatuor tandem chordis inſtructæ ſunt, varia intervalla per ſiniſtram effingere. (3) Ipſi ſimplicitate & paucitate chordarum facilius contenti eſſe poterant nobis, qui polyphoniâ utimur, adeoq; ſingulis vocibus Muſicalibus omnis generis conſonas (ut ſupra diximus) adjungere cogimur.

Quicquid autem ſit de veteribus, cùm non quæratur hîc an Genera cantionum antiqua poſtliminio ſine omni mutatione aut emendatione (ſi poſſit) revocanda ſint, ſed potius an intervalla quæ ipſi in illis poſuerunt ex noſtris principiis demonſtrari &, ſi videatur, hodieq; (ſive eodem ſive alio modo in noſtris cantionibus adhiberi adeoq; genera illis ſaltem Analoga â Diatonico autem tanquàm vulgari diverſa conſtitui poſſint. Hoc

fieri

Digitized by Google

fieri dicimus ſi in ſcalâ Muſicali ſemel intra ſingula Tetrachorda vel (quod perinde eſt ſtilo autem hodiernorum Muſicorum magis conforme) in duobus locis cujuscunq; octavæ ambitum certi Toni conſtituentis, duo Semitonia, alterum Chromaticum alterum Diatonicum ſe in vicem conſequantur (quicquid ſit de reliquis intervallis, ita ut ſæpe dictum inſtituendis; ut quælibet vox conſonam inter illa inveniat.) hoc enim diviſioni intervalla huic generi eſſentialiter competentia exhibenti reſpondere, Monochordum docet. Dantur autem etiam apud nos duæ ſpecies Chromatici generis itidem ſcilicet incitatum & molle. Idq; duplici ſenſu; ut ſcilicet vel incitatum dicatur, quando fictio fit per ſignum ſemitonii cancellarum ✳ ſeu b quadratum, molle ſi per b rotundum. Vel incitatum dicatur, quando infimo loco eſt Semitonium majus, ſequenti minus; molle ſi contra. Priori ſenſu differrent hæc genera modo potius canendi & fingendi quam vera intervallorũ diverſitate. Et fieri poſſet ut una eademq; cantio nudâ tranſpoſitione in diverſa genera recideret. Poſteriore autem ſenſu verè diverſa genera conſtituuntur. quia ordo intervallorum diverſus eſt. Porro concinnam eſſe in Monochordo talem diviſionem docet differentia Semitonii majoris & minoris. A poſteriore verò nec â ſenſu aurium, nec â voce humanâ, quaſi talia ex primere nequeat abhorrere (quamvis inſtrumentis, ut Panduris & Teſtudinibus ubi omnes ligaturæ continua Semitonia conſtituunt & facilius exprimi & expreſſa concinnius auribus accidere, libenter fateamur. Vide tamen Prætorium in Syntagm. Muſico, ubi agit de inſtrumento κατ' ἐξοχὴν dicto, quid vox etiam purè humana Italo-

rum

rum & Græcorum in generibus hiſce poſſit, referentem) & ego exemplis aliquando oſtendi, & forte deinceps pluribus oſtenſurus ſum, & oſtendunt deſcriptiones Ariſtoxeni, de quo, ut author eſt Boëthius hoc vel maximè conqueſti ſunt illius adverſarii; quod ſenſum, & quidem plus quàm rationem ſecutus ſit. Unde nobis certum eſt, niſi ipſe animadvertiſſet, dari per naturam intervallum minus Semitonio Diatonico (cujusmodi eſt Chromaticum) & quidem ita ut in ſcalâ & melodiâ immediatè illi ſubjungi poſſit, ad talem dividendi rationem nunquã fuiſſe deſcenſurum, quippe quam â priori eo quidem modo quo ille fecit peractam) demonſtrare nec ipſe potuerit, nec alii hodieq; poſſint. Habuit ergo fundamentum ſuarum diviſionum â poſteriori, hoc eſt â ſenſu.

21. **Datur intervallum concinnum minus utroq; Semitonio tàm Diatonico quàm Chromatico, quo conſtitutum Genus Enharmonicum vocari poſſit.** In Monochordo dari nullum eſt dubium. Intra Semitonium enim Diatonicum deſcribatur Chromaticum, vel, quod idem eſt, â Semitonio Diatonico ſubtrahatur Chromaticum quod minus illo eſſe certum eſt (major enim eſt proportio Diatonici, 15 ad 16, quàm Chromatici 24 ad 25) & reſiduus erit illius ſupra hoc exceſſus numeris ut 375 ad 384 in minimis ut 125 ad 128. Senſui autem & hoc intervallum conſentaneum eſſe iterum docuit Ariſtoxenus, ſuis diviſionibus quibus licet exactè in eadem intervalla non inciderit, Semitonium tamen Diatonicum in duas partes diviſit. [*Si quis exempla horum ab hodiernis Muſicis mihi ſuppeditata â me requirat, ei ſane nullum exhibere me poſſe fateor;* (*Quamvis ut & hoc fatear, præſen-*

tis officii ratio non ſit ita comparata, ut Muſicorum recentiorum opera ſolicitè inquirendi occaſionem mihi præbeat) Imo commodè exhiberi poſſe ut auribus gratum ſit, negavit Calviſius, nec Praxeos nec Theoriæ imperitus. Ego vero antiquitatis hoc genus etiam celebrantis, reverentiâ ductus, penitius mihi negocium conſiderandum ratus, deprehendiſſe mihi videor, in polyphonia quidem & voce humanâ difficulter exprimi: in duabus tamen aut ad ſummum tribus vocibus inſtrumento (κατ' ἐξοχὴν ita dicto) pandurâ teſtudine aut ſimili adhibito, nō tantū exprimi poſſe, ſed & ſingularem motum affectuum graviorum (quod veteres etjam affirmârunt) præſtare. Idq; & antehac exemplo Janitori Lycæi Muſici Rotenburgi edito, ſubjuncto, & hactenus aliis etiã commodioribus partim privatim amicis communicatis, ut & uno in diſputatione publicâ ad modulandum propoſito declaraſſe me confido, ut apud candidos & intelligentes rerum ejusmodi judices nullum confidam reſtare ſcrupulum. Quantumvis practicos quosdam (ne ſcilicet aliquid à me didiciſſe videantur) ringi aliquando inaudiverim.

Poteſt autem hoc quoq; genus duplex conſtitui, Incitatum, quando Semitonii Diatonici juxta hoc genus diviſi pars major, videlicet Semitonium Chromaticum eſt inferiori, Dieſis Enharmonica ſuperiori loco. Molle, ſeu remiſſum ſi contra. Quod nullus veterum, qui de hoc genere ſcripſerunt duplex hoc Genus fecerit, cauſa ſine dubio eſt, quòd intervalla illi competentia non ex aliis derivârint, ſed tanquam inter prima eſſent conſtituerint, idq; vel nudâ diviſione Semitonii in duas æquales partes, ut Ariſtoxenus, vel inquiſitione proportionis alicujꝰ ſuperparticularis, ubi differentia majoris termini â minore paulo minor eſſet quàm pars decima quinta, ut Ptolemæus. Talium ratio cur una aliis præferen-

da eſſet, cùm non appareret iis, qui rationem â priori nullius omninò reddere poſſent, & differentia inter duas diviſiones quarum utraq; eſſet in partes inæquales quidem, in ſpacio tamẽ tàm exiguo viſu vix diſcernibiles, aurium etiam ſenſum facilè effugiat; hinc mirum non eſt neutri de diverſis hujus generis ſpeciebus in mentem veniſſe. Nec ego etiam eo fine poſui, quod putem in inſtrumentis juxta hoc genus diviſis ſenſibile eſſe harum ſpecierum diſcrimen: ſed tantùm ut oſtendam duplicem fontem unde hoc genus fluat, & propter illam duplicitatem neceſſariò ipſum quoq; duplex provenire. Collatio tamen docebit, Enharmonicum noſtrum remiſſum â Chromatico molli Ariſtoxeni, noſtrum verò Chromaticum molle, ab Hemiolio ipſius ſenſu vix diſcerni, vide figuram æneam.

22. Ariſtoxenus & Ptolemæus etſi in conſtituendis generibus Cantionum hactenus dictis ſenſui mediocriter ſatisfecerunt, neuter tamen ſcientificè illa determinavit. In Diatonico quidem Ptolemæus, &, cæteris paribus, etiam Ariſtoxenus in proportiones cum noſtratibus eaſdem incurrunt. Rationẽs tamen â priori, nedum ſolidæ demonſtrationes cur has & non alias proportiones habeant, & tali ac non aliâ diviſione determinari poſſint ac debeant, nec ab ipſis traditæ, nec hodie ex eorum Hypotheſibus afferri poſſunt. Quia quo argumento diviſiones illæ aſcitæ, eodem aliæ iis vicinæ aſciſci poſſunt, imò apud Ptolemæùm, Franchino teſte, ut ſupra audivimus ſpecies illius varias conſtituendo adſcitæ ſunt. In reliquis verò Generibus ne quidem quoad τὸ ὅτι ſcopum attigerunt. nec enim præciſe eas proportiones habent, quæ ex illorum diviſione reſultant

tant

tant. Quia itaq; contra de noſtris quoad τὸ ὅτι & διότι certi ſumus; præferimus ea. ex Ax. 8.

Præterea pleraq; ejusmodi intervallorum hoc nomine (ex Ax. 17 & prop. 10.) rejicienda ſunt, quòd pro primis venditentur, & tamen prima eſſe nec per ſenſum nec per διάνοιαν appareat.

23. Ex compoſitione Tetrachordorum per διαζεύξιν connexorum conſtituitur octava, quæ ex ſui ſuorũq; Tetrachordorum variâ diviſione varias ſortitur ſpecies, quas *Tonos* ſeu *Modos* cantionum vocant, quorum tot ſunt, quod ſunt Quintarum in quas Octava illa concinne (Harmonicè unde naſcũtur quos Authenticos vocãt, vel Arithmeticè unde Plagii dicti ortum ducunt) dividitur. Quæ quoniam ab iis qui practicam Muſicam docuerunt ſatis luculenter tradita ſunt, lectores atq; auditores noſtros ad illos remittimus. Placet tamen duas quæſtiones ex quibus ſeſe propter ignorata quædam hactenus dicta ad deciſionẽ vero illarum facientia extricare non ſatis videntur potuiſſe, breviter decidere. 1. *Quis ſit ex Tonis maximè naturalis & ſenſui gratiſſimus.* 2. *An octava incluſa inter duo E cantus ut vocant mollis, aut inter duo b cantus duri efficiat Tonum ſeu Modum aliquem Muſicum, & quidem à reliquis diſtinctum?*

Ad primam quæſtionem breviter reſpondeo; Eum Tonum maximè naturalem eſſe, cujus Octava Quintas & Quartas in quas imediate dividitur maximè naturales habeat. Quinta verò maximè naturalis eſt cujus Toni & Semitonia diviſionem efficiunt maximè naturalem, videlicet Harmonicam. Talis eſt quæ vulgò exprimitur vocibus Muſicalibus; ut, mi, ſol. Semitonium habens loco unde ſupremo. Quarta autẽ maximè na-

 turalis

diſtincte judicabiles, (obſtare enim poſſit parvitas) multo minus quòd ſimul cantati conſoni ſint.

11. Terminus proportionis Conſonæ alium conſonùm menſurans per conſonum, parit terminos proportionis ſaltem concinnæ [*conſonæ autem non ſemper quia aliàs fieret proceſſus in infinitum, quod naturæ & ſenſui repugnat.*

12. Omnes termini concinni vel conſoni, aut primi ſunt aut â primis menſurantur.

13. Omnis proportio conſona quanto ſimplicior, tanto perfectior eſt. [*Quia primum in omni re ſimpliciſſimum eſt.*

14. Terminus compoſitus proportionis per ſe conſonæ non niſi ex conſonis compoſitus eſt [*Quia cauſatum non eſt deteriùs causâ ſuâ materiali.*

15. Dupla proportio maximè concinnè dividitur in proportionem ſeſquialteram & ſeſquitertiam: ſeſquialtera in ſeſquiquartam & ſeſquiquintam [*Tali enim diviſione conſtituitur medietas Harmonica.*

16. In quaſcunq; ſeu cujuſcunq, proportionis partes tota chorda concinnè dividitur, in eaſdem etiã pars concinne dividi poteſt. & contra, in quaſcunq; pars in eaſdem tota chorda aut quælibet alia pars major vel minor dividi poteſt [*Intelligendum autem hoc de partibus communem cũ totâ chordâ & inter ſe terminum habentibus, Practici Tranſpoſitionem vocant*

17. Terminus alicujus proportionis ab æqualitate non minùs remotus quàm diſſonus & inconcinnus, & nec conſonum nec concinnum vel menſurans, vel pro menſurâ agnoſcens, & ipſe diſſonus & inconcinnus eſt.

Cap. [illegible]

Caput 5. continens Theoremata & Problemata Harmonica.

Propoſitio. 1. Theor. 1. Uniſonus conſonat ex Ax. 1.

2. Soni ad invicem dupli vel dimidii conſonant. per Ax. 2.

3. Soni ad invicem tripli vel quintupli conſonant. per Ax. 4. & 5. & defin. 9 & ſeqq. Nam ut in hiſce dictum eſt, procreantur ex dupla eodem modo quo ipſa procreata eſt ex æquali, Ergo vel conſoni ſunt, aut nulli alii conſoni dantur præter æqualem & duplam, per Ax. 5. dari autem alias dictum eſt Ax. 4.

4. Proportio quatrupla octupla ſedecupla, & ſic deinceps, conſonant. ex Ax. 3. quia æquiſonant duplæ.

5. Proportio ſeſquiquarta 4 & 5 & dupla ſeſquialtera 2 & 5 conſonant ex Ax. 3. quia æquiſonant quintuplæ ex Ax. 2.

6. Proportio ſeſquiquinta 5 & 6. conſonat. per Ax. 6. Quia termini ejus conſonant Unitati.

7. Proportio ſeſquitertia 3 & 4, ſuperbipartiens tertias 3 & 5, ſupertripartiens quintas 5 & 8, conſonant, iterum ex Ax. 3. quia prima æquiſonat ſeſquialteri, ſecunda ſeſquiquintæ, tertia ſeſquiquartæ.

8. Proportio in qua alter terminus eſt vel ſeptenarius vel novenarius (in numeris ſcilicet primis) non conſonat. Ex Ax. 7. & 8. Item ex poſtul. 1. cum enim omnes digiti ſolis hiſce exceptis conſonantiæ imo novenarius (ut mox patebit) concinnitati aptus ſit, apparet ſi ſeptenarius etiam inter conſonos reciperetur omnes numeros compoſitos concinnitati & pleroſq; conſonantiæ aptos futuros, omnes enim compoſiti ex digi-

tis componuntur, At omnes ex conſonis compoſiti vel conſoni vel concioni ſunt. ex Ax. 10 & 11. Ergò major pars conſona & multò major concinna eſſet. Rejicitur præterea ex poſtul. 1, quia demonſtrativè in circulo deſcribi non poteſt, ut demonſtravit Kepplerus. [*Rejecimus ſanè ſupra fundamenta Harmonica Keppleri quà talia, ſed hoc quod hic acceptamus purè Geometricum eſt. Præterea concedimus ipſi. & inter poſtulata aſſumſimus, omnem proportionem conſonam etiam in circulo demonſtrativè deſcriptibilem eſſe Hinc autem non ſequitur. omnem deſcriptibilem conſonam etiam eſſe. vide cap. 1.*

9. Proportio ex ſeptenario conſtans, ne concinna quidem eſt. Aut enim eſſet prima aut compoſita ex Ax. 12. non prima ut vidimus propos: antec: non compoſita quia ipſe hic numerus ex aliis compoſitus non eſt, ſed primus. ergo à nullo conſono potuit procreari quod requirit Ax. 12. [*Atq; hic eſt nodus quem nullus adhuc Muſicus quem quidem ego viderim ſolvere potuit; ne Zarlinus quidem & Calviſius quamvis veritati valde propinqui, imo quoad τὸ ὅτι inpleriq; eam adepti. Quî ſcilicet fiat quod octonarius & denarius conſonantiam, novenarius ſaltem concinnitatem ſeptenarius vero neutram conſtituat, cum tamen hic Unitati adeoq; æqualitati propior ſit? Reſp æqualitatem ut in ſeptenario ad conſonantiam inſufficiens ſit, ita nec numeros illo majores vel conſonos vel concinnos efficere, ſed hoc, quod vel æquiſoni conſonis vel ab ipſis menſurabiles ſint quorum neutrum de Septenario dici poſſit.*

10. Numerus impar major ſeptenario non conſonat. imò ſi juxtà ſit primus, ne concinnus quidem eſt. Ex eadem ratione, qua ipſe Septenarius, & tantò minus quantò remotior eſt ab æqualitate.

11. Con-

11. Conſonantiæ primæ ſunt tantùm tres; eæ ſcilicet, quarum proportionem ad unitatem exprimunt hi numeri, 2, 3, 5, Quia omnes alii conſoni, horum multiplices adeoq; ex ipſis compoſiti ſunt. Ergo poſteriores ex Ax. 19.

12. Omnes termini conſoni qua tales vel primi ſunt, 2, 3, 5 vel primis æquiſoni hoc eſt vel dimidii eorum, ut 1, vel dupli ut 4, 6, 10. vel duplorum dupli ut 8, 12, 20, & ſic deinceps. Si enim alius terminus ab his diverſus conſonabit, erit is vel par vel impar. ſi par, etiam dimidius ejus conſonabit, quia eſt æquiſonus, adeoq; duplus erit conſoni. Si impar, erit is vel Septenarius vel Septenario major vel minor At Septenarium vel ipſum, vel ipſo majorem non conſonare demonſtratum eſt pag. 8. 9. 10. minor ipſe vel 3 vel 5. [*Dixi autem qua tales. nam v. g. 9 conſtituere poteſt conſonantiam cum 6 vel 12, non tamen qua novenarius ſed quatenus ad 6 vel 12 habet rationem quæ eſt ternarii ad binarium vel quaternarium. Atq; hæc eſt celebris illa trias Harmonica in maximâ etiam Polyphonia v. g ſi tres voces ſint, una in c, ſecunda in e, tertia in g, omnes reliqua conſona eaſdem claves obtinebunt adeoq; harum æquiſonæ erunt. Si autem diverſas obtinebunt, diſſonabunt, & aures offendent, niſi diſſonantia illa artificiis regatur, quorum artificiorum ſpecies omnes commemorare â præſenti inſtituto alienum & ferè infinitum eſt, Quia ars eſt* περὶ τὰ ἐνδεχόμενα ἄλλως ἔχειν *quæ infinita ſunt. Unum inſigne, quia ſcrupulum movere poſſet, tradetur propoſ ſequenti.*

13. Terminus conſonus uni trium terminorũ cõſonorum, reliquorum autem uni vel etiam utriq; eorum diſſonus, adeò auditum non offendit, ut etiam ſuavi titillatione eum afficiat. Cauſa in promptu eſt ex Analo-

Digitized by Google

gia ad guſtum, ubi ea quæ ipſi in ſeſe moleſta ſunt, cum ſuavibus contemperata, aut cum condimentis uſurpata gratum ſaporem excitant [*Riſu itaq, dignus erat ineptus quidam, quamvis magnus Muſicus videri vellet, qui quendam mihi notum interrogatum num ſeptima eſſet diſſonantia, & affirmantem irridebat. quia ſcilicet in compoſitione quandoq; adhiberetur. dignus qui aceto, imo ellebori extracto propotuordinario uteretur.*

14. Chordam Muſicalem juxta intervalla primæ dividere, ſingula proportionibus ſibi competentibus notare, & nomina illis ex ſententia Practicorum competentia aſſignare. Fieri hoc poterit partim ex propoſ. 10 partim ex definitione ſeptimâ, ſi chorda quæ ſit (in figurâ æneâ) CI, adeoq; ſignata pro ſcalæ initio eâ literâ quæ hodie nota eſt ſoni graviſſimi, dividatur in partes 2, 3 & 5. Dico, ſi partes terminatæ unâ cum totâ in literâ I, conferantur cum totâ CI, tunc partem notatam proportione ſubduplâ $\frac{1}{2}$ ſonare ad totam illud intervallum quod vocetur octava. Quia ex definitione 17, æqui ſonet toti, adeo ut omnia intervalla poſt eam duplicata ſint eorum, quæ intra Cc, continentur. Debetur igitur ei c, quæ nota eſt octavæ apud Muſicos. Partem notatam ſubſeſquialterâ $\frac{2}{3}$ dico ſonare quintam, iterum ex definirionibus numero 17 comprehenſis & Axiomate 25. adeoq; deberi ipſi G. Partem ſubſeſquiquartam $\frac{4}{5}$ eſſe tertiam majorem ex iiſdem definit: & Axiomat: Ergo deberi ipſi clavem Muſicalem E. Ex iiſdem conſtat Inter G & C eſſe intervallum quod quartam inter E & G quam Tertiam minorem vocant Et quia eadem proportio eſt inter $\frac{3}{5}$ & $\frac{1}{2}$ nimirum $\frac{5}{6}$ etiam illam eſſe tertiam minorem adeoq; puncto $\frac{3}{5}$ deberi ex ſcala Muſicali A.

Porro

Porrro quia Tertia minor A c differt â Quartâ G c Tono, ſequitur G A Tonum ſeu ſecundam eſſe. Cum vero $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{6}$ ab invicem ſubtracta relinquant proportionem, nõ $\frac{8}{9}$ quam veteres omni Toni aſſignârunt, ſed $\frac{9}{10}$, ſequitur aliquem ſaltem Tonum in hac proportione eſſe. Tandem cum $\frac{1}{5}$ duplicatum ut practici (dimidiatum potius ut Arithmetici & Harmonici loquuntur) ſit proportionis $\frac{4}{5}$ & $\frac{1}{5}$ proportionis $\frac{2}{5}$ item $\frac{1}{3}$ proportionis $\frac{2}{3}$ ſequitur claves pro vocibus Muſicalibus iis aſſignantas c, g. [*Huc præcipuè ſpectat figura in fine annexa in qua ut & in contextu ſi res ita ferat literæ Muſicales alphabeti octava prima ſignata ſunt literis Romanis, ſeu ut vocant verſalibus, ſecunda majuſculis (nõ verſalibus) Tertia literis minuſculis quadratis, quas Typographi Ciceronianas vocant quarta curſivis.*

15. In eandem chordam etiam diviſiones reliquarum conſonantiarum non primarum quidem, ſed tamen ex diviſione perfectè Harmonica ſaltem in ſuo genere reſultantia adjicere. & nomina intervallorum è praxi vulgari ipſis competentia aſſignare. Tales ſunt proportiones, quarum terminus major eſt 4. vel 6. quibus reſpondentia puncta ſunt $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$ Item $\frac{1}{6}$ $\frac{5}{6}$ ($\frac{2}{4}$ idem ſunt quod $\frac{1}{2}$ & $\frac{2}{6}$ ut & $\frac{4}{6}$ item ac $\frac{1}{3}$ & $\frac{2}{3}$) Porrò cum ex demonſtrationibus antecedentibus appareat (explicationem quomodo id appareat compendii ſtudio omittimus) $\frac{5}{6}$ eſſe tertiam minorem. $\frac{3}{4}$ Quartam (illa enim eadem eſt quæ inter A C, & hæc eadẽ quæ inter G C) Ergò ex Scala Muſicali illi aſſignanda eſt b E, (ſeu E cum ſiniſtrâ appendiculâ. exempla vide in figurâ æneâ) huic F. Item, quia $\frac{1}{4}$ æquiſona in acutum eſt ipſi $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{6}$ ipſi $\frac{1}{3}$, patet claves ejuſdem nominis, (ſed ex ordine acutiorum) ipſis aſſignandas, videlicet c & g. Porro cum inter F & G

ſit Tonus (differentia quintæ â quarta) isq; in proportione $\frac{8}{9}$ hinc ſequitur; Pythagoram rectè quidem obſervaſſe, dari Tonum in hac proportione, licet non recte inde concluſerit, omnem Tonum hac proportione contineri. Cũ detur etiam in $\frac{9}{10}$ ut propoſitione antecedente demõſtratum eſt. Inter E & F eſt ſemitonum practicorum, quod voce mi fa exprimunt, quia differt eo Tertia minor E F, â tono F G. eſt autem in proportione $\frac{15}{16}$ quia $\frac{5}{6}$ ſublata â $\frac{4}{5}$ hanc ipſam proportionem exhibent. Porro quia proportio $\frac{15}{16}$ ſublata â proportione Toni ſive majoris $\frac{8}{9}$ ſive minoris $\frac{9}{10}$ ſemper minorẽ proportionem relinquit, quàm ipſa eſt, in priori ſcilicet $\frac{128}{135}$ in poſteriori $\frac{144}{150}$ in minimis Terminis $\frac{24}{25}$ ſequitur inde contra Pythagoricos, rectè practicos intervallum hoc ſemitonium majus, alteram toni partem minus dixiſſe. Tandem inter claves E & b E eſſe ſemitonium minus, id ſcilicet quo differt Tertia major â minore, conſtat ex definitionibus practicorum ſupra citatis. Et quia $\frac{4}{5}$ ſublata â $\frac{5}{6}$ relinquunt, $\frac{24}{25}$ proportionem minorem quàm $\frac{15}{16}$ patet iterum rectè â practicis ſemitonium hoc minus dici.

15. Tertia Major practicis ut mi, vel fa la, conſtat duobus Tonis, non autem æqualibus quorum uterq; ſit in proportione ſeſquioctava ut putarunt Pythagoræi, ſed inæqualibus, quorum alter quidem ſit in ſeſquioctava ut dictum, alter autẽ in ſeſquinona $\frac{9}{10}$. [Conſtabit hoc, ſi â proportione $\frac{4}{5}$ quæ Tertiæ majoris eſt ſubtrahas $\frac{8}{9}$, provenit enim proportio $\frac{36}{40}$ in minimis $\frac{9}{10}$ ut ut dictum.

17. Quantum errârint Pythagorici circa utranq; ſpeciem Tertiarum Tonorum & Semitoniorum oſtendere. [Tertiam majorem compoſuerunt ex duobus Tonis æqualibus proportionis $\frac{8}{9}$ Adde itaq; hanc proportionem

tionem ſibi ipſi, & naſcetur Ditonus Pythagoricus $\frac{64}{81}$ Auffer hinc veram Tertiæ majoris proportionem, & reſtat proportio erroris $\frac{320}{324}$, in minimis, $\frac{80}{81}$. Et tantum etiam eſſe errorem circa Tonos ipſos, patebit ex ſubtractione minoris $\frac{9}{10}$ â majore $\frac{8}{9}$. Pro Tertiâ minore quam Semiditonum vocant, ſubtrahe Tonum $\frac{8}{9}$ â quartâ $\frac{3}{4}$ provenit $\frac{27}{32}$ â vero $\frac{5}{6}$ reſtat error $\frac{162}{160}$. Ad Semitonia quod attinet, Semitonium Diatonicum, vulgo per Mi fa exprimi ſolitum, audivimus eſſe in proportione $\frac{15}{16}$. ſubtrahatur jam ditonus Pythagoricus $\frac{64}{81}$ â Quartâ $\frac{3}{4}$ quæ in ſcala Muſicali eodem intervallo vincere Ditonum perhibetur, reſtat pro Semitonio Diatonico Pythagorico $\frac{243}{256}$ Cujus differentia â $\frac{15}{16}$ iterum eſt proportio $\frac{80}{81}$. Pro Semitonio Chromatico auffer Semitonium eorum Diatonicū $\frac{243}{256}$ â Tono. cujus proportio juxta ipſos ſemper eſt $\frac{8}{9}$ & reſtat pro Semitonio Chromatico proportio $\frac{2048}{2187}$. Auffer hinc Semitonium Chromaticum verum $\frac{24}{25}$ reſt: pro Errore proportio $\frac{51200}{52488}$ In minimis $\frac{6400}{6561}$

Corollarium.

Patet hinc ſi in intervallis ſucceſſivè tantum concinnis (aliter enim ſe res habet in conſonis) error non importet proportionem majorem quam ſunt hæ computatæ, fruſtra ſenſum opponi demonſtrationibus concinniores proqortiones oſtendentibus. conf. cap. 1, principium octavum.

18. Intervallorum Generis Diatonici vulgaris proportiones aſſignare, & quomodo cum Generibus veterum ejusdem nominis vel congruant, vel non congruant oſtendere.

 Dico

Dicò primò tale Genus eſſe in intervallis quæ in ſcalâ in figurâ æneâ deſcripta ſint literis E, F, G, A. Quia vero proportionibus eorum ab invicem ſubtractis provenit inter G A proportio $\frac{9}{10}$. inter F G $\frac{8}{9}$ inter E F $\frac{15}{16}$ patet exactè id convenire cum Diatonico incitato Ptolemæi. Dico & cum Ariſtoxenico convenire; exactè quidem in eâ Tetrachprdi ſpecie quæ Semitonium habeat inter ſonos acutiores. quia computus ejuſdem ſpeciei intervalla exhibet; ſaltem verò ita, ut ſenſus diſcrepantiam non animadvertat, ſitu etiam tali, ubi ſemitomitonium proximè incidit in Semitonium Pythagoricum, quod tot ſeculis pro vero habitum, adeoq; diſcrimen ſenſu animadverſum non eſt. Diverſarum autem ſpecierum Diatonici diſcrimen in praxi hodiernâ ubi omnes Toni pro æqualibus ſumuntur (vide in calce figuræ æneæ diviſionem intervallorum ad mentem organiſtarum factam) vix apparet. confer prop. 22.

Tranſpoſitio tamen per ſecundam ſuperiorem, vel, quod perinde eſt, quando v. g. in Tono Dorio naturali claves f & c perpetuâ fictione ſemitonio ⋇ elevantur, aut in ficto ſeu bmollari clavis, e Semitonio deprimitur. Tunc prior illa fictio Genus incitatum, poſterior remiſſum conſtituere poſſet. Quia præter conſuetudinem Diatonici communiter dicti chorda aliqua illic incitatur ſeu intenditur, hic remittitur.

19. Chromatica genera Demonſtrativè determinare, & quomodo cum Chromaticis veterum conveniant oſtendere. Chromaticum genus continua habere duo ſemitonia conſtat ex definitione numero 24. Antequam autem ad determinationem ejus accedam; non poſſum quin ad evitanda facilius ſiniſtorum judiciorum

præci-

præcipitia, falſas Hypotheſes quæ nonnullis obſtent removeam. Peccari ſcilicet videri hic à nonnullis in exceſſu, à nonnullis in defectu. In Exceſſu peccaſſe videtur Jaches werth inſignus Muſicus ſuo tempore (imò etjam hodierno, niſi amor novitatis & pene dicam levitatis in Muſicâ Eccleſiaſticâ luminibus optimorum & melioris ſeculi Muſicorum, Orlandi, Utendelii, Riccii, hujus ipſius werthii & ſimilium officeret) is tamen inquàm exceſſum vel commiſiſſe vel apud alios aluiſſe videtur, dũ in Cãtione; Adeſto dolori meo, Chromaticũ Genus exprimere conatus, ſemitoniis continuis non duobus tantum ſed aliquam multis voces fecit incedere, ut ita putaſſe videatur Chromaticum Genus non niſi Chromata, hoc eſt Semitonia pro genuinis in hoc genere intervallis agnoviſſe. Sed hoc fuiſſe contra intentionem veterum vel inde patet, quòd ipſi Naturam hujus Generis (ut & aliorum) quatuor tantum chordis intra intervallum quod Quartam vocant, contentis, determinarũt, cujus tamen ſpacium quatuor Semitonia (quibus ſingulis ſingulæ chordæ ex hac Hypotheſi aſſignandæ forent) non compleant; imo ipſi diſerte intervallum duarum chordarum extremarum continuarum Semiditonum, ſeu ut ipſi vocant Triſhemitonium incompoſitũ, hoc eſt quod tria quidem Semitonia ambitu ſuo contineat, tres autem ſonos tribus illis intervallis convenientes tribus chordis actu non exhibeat, conſtituerint. In defectu autem peccant, qui cantionem non niſi ex iis intervallis quæ veteres chordis peculiaribus expreſſerint conſtãtia ad genera illa quadrare putent, & quia hac ratione melodia inſuavis & hiulca (tonis quippe ſeu ſecundis plane deſtituta) naſceretur, indigna illa Genera imi-

tatione exiſtimant. Sed & hi errant. Eſto enim in citharis eorũ intervallum quartæ pluribus chordis quàm quatuor inſtructum non fuerit, (quod ita fuiſſe argumẽto videtur factum Lacedæmoniorum qui referente inter alios & decretum recitante Boëthio) Muſicum plures Chordas citharæ inducentem civitate privârunt) non ſequitur tamen, quod in Cantionibus citharæ adaptatis plura intervalla non adhibuerint. Cum (1) notum ſit, uni notulæ contra puncti (ut Muſici proximi ſeculi vocârunt) præſertim longius extenſæ plures minores adaptari poſſe. Præterea (2) mentio fit apud Ciceronem in Verrinis modi cujusdam in citharis canendi quem vocârint intus canere & ſingularis artificii ſeculi illius Muſici indicârint, manu ſiniſtrâ dum dextra plectro fides percuſſerit, peractum. Hoc valde probabile eſt idem apud illos fuiſſe, quod apud noſtrates in citharis & panduris, ſeu uti vocant, violinis quæ itidem quatuor tandem chordis inſtructæ ſunt, varia intervalla per ſiniſtram effingere. (3) Ipſi ſimplicitate & paucitate chordarum facilius contenti eſſe poterant nobis, qui polyphoniâ utimur, adeoq; ſingulis vocibus Muſicalibus omnis generis conſonas (ut ſupra diximus) adjungere cogimur.

Quicquid autem ſit de veteribus, cùm non quæratur hîc an Genera cantionum antiqua poſtliminio ſine omni mutatione aut emendatione (ſi poſſit) revocanda ſint, ſed potius an intervalla quæ ipſi in illis poſuerunt ex noſtris principiis demonſtrari &, ſi videatur, hodieq; (ſive eodem ſive alio modo in noſtris cantionibus adhiberi adeoq; genera illis ſaltem Analoga â Diatonico autem tanquàm vulgari diverſa conſtitui poſſint. Hoc fieri

ſieri dicimus ſi in ſcalâ Muſicali ſemel intra ſingula Tetrachorda vel (quod perinde eſt ſtilo autem hodiernorum Muſicorum magis conforme) in duobus locis cujuscunq; octavæ ambitum certi Toni conſtituentis, duo Semitonia, alterum Chromaticum alterum Diatonicum ſe in vicem conſequantur (quicquid ſit de reliquis intervallis, ita ut ſæpe dictum inſtituendis; ut quælibet vox conſonam inter illa inveniat.) hoc enim diviſioni intervalla huic generi eſſentialiter competentia exhibenti reſpondere, Monochordum docet. Dantur autem etiam apud nos duæ ſpecies Chromatici generis itidem ſcilicet incitatum & molle. Idq; duplici ſenſu; ut ſcilicet vel incitatum dicatur, quando fictio fit per ſignum ſemitonii cancellarum ✳ ſeu b quadratum, molle ſi per b rotundum. Vel incitatum dicatur, quando infimo loco eſt Semitonium majus, ſequenti minus; molle ſi contra. Priori ſenſu differrent hæc genera modo potius canendi & fingendi quam vera intervallorũ diverſitate. Et fieri poſſet ut una eademq; cantio nudâ transpoſitione in diverſa genera recideret. Poſteriore autem ſenſu verè diverſa genera conſtituuntur. quia ordo intervallorum diverſus eſt. Porro concinnam eſſe in Monochordo talem diviſionem docet differentia Semitonii majoris & minoris. A poſteriore verò nec â ſenſu aurium, nec â voce humanâ, quaſi talia exprimere nequeat abhorrere (quamvis inſtrumentis, ut Panduris & Teſtudinibus ubi omnes ligaturæ continua Semitonia conſtituunt & facilius exprimi & expreſſa concinnius auribus accidere, libenter fateamur. Vide tamen Prætorium in Syntagm. Muſico, ubi agit de inſtrumento κατ' ἐξοχὴν dicto, quid vox etiam purè humana Italorum

rum & Græcorum in generibus hiſce poſſit, referentem) & ego exemplis aliquando oſtendi, & forte deinceps pluribus oſtenſurus ſum, & oſtendunt deſcriptiones Ariſtoxeni, de quo, ut author eſt Boëthius hoc vel maximè conqueſti ſunt illius adverſarii; quod ſenſum, & quidem plus quàm rationem ſecutus ſit. Unde nobis certum eſt, niſi ipſe animadvertiſſet, dari per naturam intervallum minus Semitonio Diatonico (cujusmodi eſt Chromaticum) & quidem ita ut in ſcalâ & melodiâ immediatè illi ſubjungi poſſit, ad talem dividendi rationem nunquã fuiſſe deſcenſurum, quippe quam â priori eo quidem modo quo ille fecit peractam) demonſtrare nec ipſe potuerit, nec alii hodieq; poſſint. Habuit ergo fundamentum ſuarum diviſionum â poſteriori, hoc eſt â ſenſu.

21. **Datur intervallum concinnum minus utroq; Semitonio tàm Diatonico quàm Chromatico, quo conſtitutum Genus Enharmonicum vocari poſſit.** In Monochordo dari nullum eſt dubium. Intra Semitonium enim Diatonicum deſcribatur Chromaticum, vel, quod idem eſt, â Semitonio Diatonico ſubtrahatur Chromaticum quod minus illo eſſe certum eſt (major enim eſt proportio Diatonici, 15 ad 16, quàm Chromatici 24 ad 25) & reſiduus erit illius ſupra hoc exceſſus numeris ut 375 ad 384 in minimis ut 125 ad 128. Senſui autem & hoc intervallum conſentaneum eſſe iterum docuit Ariſtoxenus, ſuis diviſionibus quibus licet exactè in eadem intervalla non inciderit, Semitonium tamen Diatonicum in duas partes diviſit. [*Si quis exempla horum ab hodiernis Muſicis mihi ſuppeditata â me requirat, ei ſane nullum exhibere me poſſe fateor;* (*Quamvis ut & hoc fatear, præſen-*

tis officii ratio non ſit ita comparata, ut Muſicorum recentiorum opera ſolicitè inquirendi occaſionem mihi præbeat) Imo commodè exhiberi poſſe ut auribus gratum ſit, negavit Calviſius, nec Praxeos nec Theoriæ imperitus. Ego vero antiquitatis hoc genus etiam celebrantis, reverentiâ ductus, penitius mihi negocium conſiderandum ratus, deprehendiſſe mihi videor, in polyphonia quidem & voce humanâ difficulter exprimi: in duabus tamen aut ad ſummum tribus vocibus inſtrumento (κατ' ἐξοχὴν ita dicto) pandurâ teſtudine aut ſimili adhibito, nō tantū exprimi poſſe, ſed & ſingularem motum affectuum graviorum (quod veteres etjam affirmârunt) præſtare. Idq; & antehac exemplo Janitori Lycæi Muſici Rotenburgi edito, ſubjuncto, & hactenus aliis etiā commodioribus partim privatim amicis communicatis, ut & uno in diſputatione publicâ ad modulandum propoſito declaraſſe me confido, ut apud candidos & intelligentes rerum ejusmodi judices nullum confidam reſtare ſcrupulum. Quantumvis practicos quosdam (ne ſcilicet aliquid â me didiciſſe videantur) ringi aliquando inaudiverim.

Poteſt autem hoc quoq; genus duplex conſtitui, Incitatum, quando Semitonii Diatonici juxta hoc genus diviſi pars major, videlicet Semitonium Chromaticum eſt inferiori, Dieſis Enharmonica ſuperiori loco. Molle, ſeu remiſſum ſi contra. Quod nullus veterum, qui de hoc genere ſcripſerunt duplex hoc Genus fecerit, cauſa ſine dubio eſt, quòd intervalla illi competentia non ex aliis derivârint, ſed tanquam inter prima eſſent conſtituerint, idq; vel nudâ diviſione Semitonii in duas æquales partes, ut Ariſtoxenus, vel inquiſitione proportionis alicuj⁹ ſuperparticularis, ubi differentia majoris termini â minore paulo minor eſſet quàm pars decima quinta, ut Ptolemæus. Talium ratio cur una aliis præferen-

Digitized by Google

tant. Quia itaq; contra de noſtris quoad τὸ ὅτι & διότι certi ſumus; præferimus ea ex Ax. 8.

Præterea pleraq; ejuſmodi intervallorum hoc nomine (ex Ax. 17 & prop. 10.) rejicienda ſunt, quòd pro primis venditentur, & tamen prima eſſe nec per ſenſum nec per διάνοιαν appareat.

23. Ex compoſitione Tetrachordorum per διαζεύ-ξιν connexorum conſtituitur octava, quæ ex ſui ſuorūq; Tetrachordorum variâ diviſione varias ſortitur ſpecies, quas *Tonos* ſeu *Modos* cantionum vocant, quorum tot ſunt, quod ſunt Quintarum in quas Octava illa concinne (Harmonicè unde naſcūtur quos Authenticos vocāt, vel Arithmeticè unde Plagii dicti ortum ducunt) dividitur. Quæ quoniam ab iis qui practicam Muſicam docuerunt ſatis luculenter tradita ſunt, lectores atq; auditores noſtros ad illos remittimus. Placet tamen duas quæſtiones ex quibus ſeſe propter ignorata quædam hactenus dicta ad deciſionē vero illarum facientia extricare non ſatis videntur potuiſſe, breviter decidere. 1. *Quis ſit ex Tonis maximè naturalis & ſenſui gratiſſimus.* 2. *An octava incluſa inter duo ♭ cantus ut vocant mollis, aut inter duo b cantus duri efficiat Tonum ſeu Modum aliquem Muſicum, & quidem à reliquis diſtinctum?*

Ad primam quæſtionem breviter reſpondeo; Eum Tonum maximè naturalem eſſe, cujus Octava Quintas & Quartas in quas imediate dividitur maximè naturales habeat. Quinta verò maximè naturalis eſt cujus Toni & Semitonia diviſionem efficiunt maximè naturalem, videlicet Harmonicam. Talis eſt quæ vulgò exprimitur vocibus Muſicalibus; ut, mi, ſol. Semitonium habens loco unde ſupremo. Quarta autē maximè na-

turalis eſt quæ διαζεῦξει ſuperius aſſumtâ, talem Quintæ ſpeciem conſtituit. talis eſt ea quæ Semitonium Diatonicum ſupremo loco habet & vulgò exprimitur vocibus muſicalibus, ſut fa. Et tali autem Quartâ & Quintâ cõponitur Ton⁹ is, quem vulgò Jonicum, nonnulli Quintũ nonnulli Undecimum dicunt.

Et ex hoc ipſo fundamento eundem auribus gratiſſimum & ſuaviſſimum pronunciamus. Nihil enim naturæ gratius quàm quod Naturale eſt. Quod verò artifices interdum in aliis Tonis majorem ſuavitatem præſtent, id. 1. artis eſt non Naturæ ſolius de qua hîc ſermo. hinc. 2. tantò magis vel minus afficitur quisq; quãtò pl⁹ vel minus de artificio intelligit 3. Suavitas illa cantionum ad Tonos minus naturales factarum plerunq; in eo conſiſtit, ut quod in ipſis minus naturale eſt, in naturale trãſmutetur, ut quãdo in Tono Dorio & Mixolydio f vel c, in Phrygio & Æolio g vel d Semitonio Chromatico frequenter elevantur. ita enim ex quarta re ſol vel mi la, minus naturali fit naturalior, ut fa. 4. Interdum non tam ipſa cantio melodiâ vel compoſitione delectat quàm τὸ πρέπον in illâ obſervatum. Non convenit quippe formoſam Amaryllida in funeribus, leſſum pro Hymenæo canere. Hinc narrat Franchinus apud ſe antiquiores (vixit autem circa tempora B. Lutheri) in more fuiſſe cantiones vigiliis deſtinatas ita canere, ut Melodiam certam in uniſono inchoantes alii canendo ita ut præſcripta eſſet exprimere pergerent, alii quibus intervallis illi deſcenderent, ipſi aſcenderent & contra: ut ita continuæ ferè diſſonantiæ audirentur, quibus ſcilicet ejulatus animarum in purgatorio exprimeretur. Tali cantu qui delectabantur non ſanè ſuavitate capiebantur ſed quia tali tempori talem Muſicam convenire arbitra-

Digitized by Google

bantur. Quamvis exceſſum illum nec probemus, nec aliis rem intelligentibus, & ſatis perpendentibus probari exiſtimemus. Satis de prima quæſtione. Ad ſecũdam Quæſtionem video Practicos negativè reſpondere. idq; rectè in genere Diatonico ad Harmoniam aliarum vocũ (ſaltê duarũ.) cõparata Quia nõ admittit diviſionem vel compoſitionm cum aliis vocibus, ſine fictione. Quinta enim reſpondens b quadrato in mediatione octavæ & compoſitione cantilenæ, eſt f cancellatum. Et ita talis Tonus reſpondet Phrygio ex clave E. In Chromatico autem genere omninò adhiberi poſſe docet illius generis deſcriptio paulo ante tradita; Tunc enim f tàm verum, tàm Semitonio elevatum locum habet.

24. De Gradibus Conſonantiarum ratione perfectionis aliquid etiam ut adjiciamus; repetimus ex Metaphyſicis diſtinctionem inter perfectionem eſſentialem & accidentalem. Illo reſpectu hunc cenſemus ordinem. Ut ſit 1. Uniſonus. 2. Octava. 3. Quinta. 4. Tertia Major. 5. Qnarta 6. Tertia minor. 7. Sexta Major. Poſteriori reſpectu hic eſt ordo. 1. Octava. 2 uniſonus. 3. Quinta 4. Tertia major. 5. Tertia minor. 7. Sexta major. 8. Quartæ. Eſſentialis perfectionis ordo fundatur in ordine & ſimplicitate originis, quæ apparet ex propoſitionibus prioribus hujus capitis. Accidentalis perfectionis ratio apparebit ex deciſione ſequentium duarum quæſtionum.

25. Rationem reddere 1. cur Octava ſuavior ſit quàm Uniſonus, & Harmonia plurium conſonantiarũ gratior quam concentus per octavam cujus modi eſt cantus plebejus, cum tamen Uniſonus & Octava conſonantiæ ſint perfectiſſimæ omnium? 2. Cur Quarta

directè cum unâ voce, aut in concentu pluriũ cũ infimâ poſita auribus ingrata ſit? Prioris ratio expedita eſt; quia ſcilicet varietas delectat. &, ut Horatius ait:

Ridetur chorda qui ſemper oberrat eâdem.

Poſterioris rationem qui redderet, quam quidem ego capere poſſem, quæq; non ſaltem indirectè ponere videatur Diſſonantiam, aut ſi conſonantia ſit omnibus aliis poſteriorem eſſe, fateor me nullum vidiſſe. Imo ſunt qui nodum ſecare conentur, non ſolvere; poni ſcilicet etiam directè à Muſicis, & ab auditu æquè ac alias probari. Sed hoc eſt ſenſui contradicere. Ego rationem jam ante viginti annos reddidi quam adhuc tueor, quòd ſcilicet ſit inter duas conſonantias perfectiores, Quintã ſcilicet proxime ſuperiorem & Tertiam majorem inferiorem. Quia itaq; natura (auditus æquè ac aliarum rerum) tendit ad id quod eſt perfectius; inde fit, ut quartam audiendo, fluctuet quaſi, & tanquàm ſorte tali non contenta in viciniam migrare, hoc eſt vel Tertiam vel Quintam illius loco audire optet. Præterea ſitus illius cum voce infimâ in concentu plurium, plerunq; turbat proportionalitatem Harmonicam, niſi ſcilicet ſupra ſe habeat Tertiam majorem. Hanc autem ſi habet, nihil aut parum intereſt inter talem concentum & pleroſq; alios. cujus rei experimentum in organo aut clavicordio ſumi poteſt. Ceſſat etiam tali caſu ratio prius reddita; quia auditus Tertiam majorem quam antea deſiderabat, jam habet actu concinentem. Quintam autem jam non deſiderat, quia ſi adeſſet, diſſonaret, non tantum cum ipſâ Quartâ, ſed & cum tertiâ jam præſente. Quòd autem nihilòminus auditum non ita ſaci-

et, ut in fine cantionis ſalvo conſenſu aurium conſtitui poſſit, ex alio principio eſt, de quo mox propoſit. 32.

26. Diſſonantiæ intervallorum majorum minus offendunt & faciliùs teguntur quàm æquiſona majorū v. g. Septima quàm Secunda. Quia defectus minorem habet proportionem ad intervalla majora quàm ad minora.

27. Diſſonantia quantò perfectiorem Conſonantiam violat, tanto ingratior eſt. Hinc imperfectus Uniſonus aut Octava horridior eſt imperfectâ Quintâ & hæc imperfectâ Tertiâ.

28. Diſſonantiæ exceſſu peccantes plus offendunt quàm quæ defectu. Hinc Nona horridior eſt Septimâ, & Quinta abundans quàm deficiens. Quia, ut Cicero ait magis offendit nimium quam parum.

29. Diſſonantia intervallo aliquo concinno à veritate proportionis conſonantiæ debitæ abludens, minus offendit quam quæ inconcinno abludit. Quia illud concinnum eſt, ſaltem ſucceſſivè, hoc nullo modo.

30. Proportionalitas Harmonica, hoc eſt ordo proportionum Harmonicarum ſpectatur & uſurpatur tribus modis. Vel ſimplici ſucceſſione in ſingulis vocibus & vocatur *Melodia*, vel conjunctione plurium ratione acuminis & gravitatis diverſarum, ſimul concinētium & vocatur *compoſitio*, vel utroq; ſimul, quam *progreſſionem* vocant.

31. Melodia tanto ſuavior erit, quanto propius & ſæpius alludet ad proportionalitatem Harmonicam ſtrictè dictam, atq; hic eſt primus & perfectiſſimus concinnitatis gradus, ſpectatus potiſſimū in cantilenis tubicinum. Secundus eſt ſi frequentiora habeat intervalla

etiam

etiam in concentu concinna, hoc eſt conſonantias quasvis. Tertius eſt perfectionis, quando cantio incedit per intervalla ea quæ in ordine perfectionis viciniora ſunt. Quartus eſt originis, ad eam quæ ratione demonſtrationis ab ipſa vel etiam ex qua ipſa oritur. Quintus eſt Scalæ Muſicalis.

32. Concentus ſeu compoſitio tantò perfectius auribus ſatisfaciet, quantò propius ad proportionalitatem Harmonicam, cujus ſæpè mentio hactenus facta eſt, acceſſerit. Quod quomodo fieri poſſit ex contrario facilè intelligitur. Ingratus enim redditur concentus 1. Quando infima vox (præſertim ſi valde profunda ſit cujus modi eſt ea quam vulgo Baſin inferiorem, den ſubbaß vocant.) cum proximè ſuperiori frequenter celebrat intervalla minora (cujusmodi ſunt ſeſquiquarta ſeſquiquinta, imo & ſeſquialtera. comodius autem ponentur quintupla, tripla &c. maxime dupla & quadrupla niſi datâ operâ triſtè aut horridum concentum efficere velis. Minus inquam gratus auribus fit concentus talis, idq; non tantum ideò quòd proportionalitas exactè Harmonica cum reliquis celebrari non poſſit (ſi enim minima intervalla ſunt cum voce infima non relinquentur idonea ſuperioribus, quibus vi proportionalitatis Harmonicæ minora debentur) ſed etiam ideò, quòd quales ſint ſoni talis debeatur ipſis proportio ad alios, magna ſcilicet magnis. Et proportio parva in admodum magnis non ita facile æſtimetur & p. c. non ita grata ſit quam magna.

2. Concentus imperfectior fit quando inferior vox cum ſuperioribus (ſeu proximis ſeu remotis) frequenter celebrat conſonantias imperfectas, quartas puta

ſextas

Sextas aut Tertias minores (non modo ſimplices ſed etjam duplicatas licet intermediæ perfectas celebrent) quia cum ſoni graviores minus grati ſint quàm acutiores (ut cibi inſipidi quam accuratè conditi) defectum illum perfectione conſonantiarum ſuppleri convenit. Hinc eſt quòd in fine cantionum non ſoleat poni Tertia minor cum infima voce & ſi quando ratio ambitus toni tali loco minorem Tertiam ſuppeditet, illa per fictionem elevata mutetur in Tertiam majorem v. g. ſi baſis alicujus cantionis deſinat in D, tunc in nullâ ſuperiorum aptè ponitur nudum f, ſed fingitur præpoſito Chromate ✳. Quod non ignorant hodierni artifices, an autem cauſam & rationem â priori omnes ſciant, oppidò dubium eſt.

33, Proportio exactè Harmonica â duplâ ad terminos graviores deorſum prorſus non, ad acutiores autem non ultra Terminum ſextum (qui in medietatem tertiæ Octavæ incidit) continuari poteſt. De primo vide Arithmeticam, poſterioris ratio eſt, quia ſuperadditus â proportionalitate Harmonica vel Harmonicè vel Arithmeticè exorbitat. Arithmeticè enim â ſexto Harmonico ſurſum proximus Septenarius eſt quē ſupra audivimus diſſonum & in concinnū eſſe. Si vero adjiciatur aliquod intervallorum conſonorum, ea omnia majora erunt ſupremo jam poſito, videlicet tertiâ minore, hoc vero â proportionalitate Harmonicâ purè Arithmeticè conſideratâ alienum eſt, imo Tertia alterutra, vel Quinta non modo non celebrabūt proportionem Harmonicam cum proximè inferioribus ſed etiā diſſonabunt.

Corollarium. Hinc licet colligere non abs re ſtatuiſſe veteres ultra Disdiapaſon in compoſitione non facilè aſcendendum. Et ſanè ſingulis notulis debitæ conſonantiæ nec hodie multum excedunt duas octavas. Ut tamen ambitus (ſaltem in intervallis ſucceſſionis ſingularum vocum) libertate gaudere poſſit, Syſtemata claviũ tangibiliũ in organis ad quartum usq; aſcendunt.

34. Ratio ordinis in progreſſionibus ab una conſonantia ad aliam in ſingulis dyadibus, aut in concentu plurium cum ſupremâ & infimâ (hæ enim præ reliquis exaudiuntur, non tamen prorſus quæ hic dicuntur negligi debent in intermediis) eadem eſt, quæ Melodiæ ſimplicis, quia Natura μοναχῶς agit, ut ſcilicet ſervetur ordo vel proportionalitatis Harmonicæ, vel perfectionis, vel originis, vel Scalæ Muſicalis. [*Hoc fundamentum ſufficit & rectè conſideratum plus ad praxin conducere poteſt omnibus Componiſtarum in hoc genere regulis, quas multas tradi, magnâ autem ex parte ut in ſe vanas ita rationibus vel nullis vel falſis aut certè infirmis fulciri multas interim utiles omitti video. v. g.*

1. *Suavior eſt vocis ſuperioris per Sextã minorẽ ab inferiore diſtantẽ deſcens⁹ ad quintã, quã aſcenſus ad octavã, majoris cõtra aſcẽſus ad octavã quã deſcens⁹ ad quintã. quia propior eſt in ſcalâ.*

2. *A Tertiâ minore utraq; vox commodius ad uni ſonum movetur quàm â majore. ob eandem rationem.*

3. *Vocum in uniſono conſonãtiũ alterutrâ ſubſiſtente æque gratus eſt motus alterius ſursũ ad Tertiam majorem, ac ad minorem? Quia illa affectat proportionalitatem Harmonicam, hæc in ſcalâ propior eſt.*

4. *Alterius vocis itidem in Uniſono conſonantium deſcẽſus ad Tertiam majorem minus gratus eſt quam ad minorem.*

quia

quia & in ſcala & in proportionalitate Harmonicâ remotior eſt.

5. *Solutio Sextæ minoris per Tertiam majorẽ non ſine ſuavitate eſt: licet nec in Scala, nec in proportione Harmonicâ proxima ipſi ſit. Quia Sexta à Tertiâ orginem habet.*

6. *Minus ſuavis ſolutio eſt Sextæ minoris per Tertiam minorem aut majoris itidem per majorem, quàm contra. Quia ordinis rationem non Scalæ tantum & proportionalitatis Harmonicæ, ſed etiam originis violat.*

7. *A valde imperfectis ad valde perfectas (à Sextâ vel Tertiâ ad Octavã, Uniſonum aut etiam Quintam) cùm ſaltu ejusdẽ generis (utroq; ſurſum vel deorſum) progredi, offendit auditum, aut certè graviores affectus excitat: quia hiatus quaſi omnis ordinis committitur & omnis mutatio ſubita (in melius etiam facta) naturæ ingrata.*
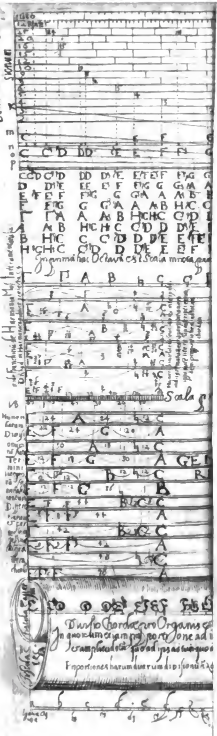
8. *A conſonantiâ ad conſonantiam ejusdem ſpeciei, ut ab Octavâ ad Octavam, Quintâ ad Quintam, Tertiâ aut Sextâ majore ad majorem, minore ad minorem progreſſionem fieri vitioſum habetur. quia inter pares nullus eſt ordo, & Johannes migrans ab eodem in idem, manet Johannes in eodem. Præterea in Quintis Tertiis aut Sextis ejusdem ſpeciei, violatur ordo Harmonicus. Quia concentus ex his junctus diſſonus eſt. In Octavis tamen ubi poſterior hæc ratio exulat, ut & uniſonis per ſe, auditum quà talem non offendi, docet experientia in Organis, ubi Syſtemata plura, partim in uniſono partim in octavâ concinentia ſimul pulſari ſolent, docet eadem in quovis concentu Muſico, quoties voce naturali canentibus Symphonia inſtrumentalis conjungitur. Et Johannes Capello componiſta Italus, eumq; ſecutus Michaël Prætorius exemplis docuerunt, in magna vocum concinentium multitudine ſufficere (imò concentum multò pleniorem) clauſulas formales ſeu cadentias ornamenta cantioni-*

Digitized by Google

bus præcipua conciliantes multo evidentiores & ſuaviores effici) ſi quatuor aut adſummum quinq; voces artificioſâ intervallorum permutatione incedant, reliquæ omnes cum his, præſertim instrumentales cum vocalibus, aut instrumentalibus diverſæ ſpeciei, in uniſono vel etiam Octavis conſonent. Praxis etiã docebit pleras q; regulas vel à nobis, vel aliis traditas vix ſtrictè in polyphoniâ præſertim in vocib⁹ mediis inter ſe aut cum ſupremâ obſervari poſſe, adeoq; præcipuè de biciniis aut certe in pluribus de infima cum ſupremâ tantùm ferè intelligendas. Sed de hoc viderint Practici. Nobis hæc pro compendio hujus etiam partis Matheſeos ſufficiant, breviora ipſa futura ſi explicationem clariorem paſſim neceſſariam ex aliis allegare potuiſſem. in quorum locum benevolus lector hæc noſtra boni conſulat. Si quis tamen certiora ex aliis authoribus ſive hactenus allegatis ſive nobis forte ignotis haurire ſe poſſe ſperet, is me nec ipſi iraſci, nec illis ſuis præceptoribus laudem ſuam invidere certò ſibi perſuadeat. Palmâ quippe omnibus in medio poſitâ qui artem tractent Muſicam.

Explicatio figuræ æneæ

Hæc figura ideò adjecta eſt ut penitus explicetur diviſio Monochordi, quæ fundamentum Mathematicum eſt Totius Harmonicæ. In ſummitate itaq; figuræ oſtenduntur omnes diviſiones concinnæ & cum plures ſint ſingulæ ſigillatim pecularibus lineis & quaſi regulis, Prima (numerationis initio facto loco inferiori & chordæ C I proximo) oſtendit diviſionem nudè in partes duas, adeoq; juxta proportionem duplam quæ eſt 2 ad 1, unde, ut habuit ſuo loco demonſtratio, reſultat Octava, Secunda (proximè ſuperior) juxta triplam, unde oritur Quin-



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" NAPOLI

Digitized by Google

Digitized by Google

Quinta, cum ſuis triplicatis; proxime ſuperior quadruplam, unde quarta, Octupla quæ & duplicata eſt reſpectu Octavæ; Tertia juxta quintuplam unde Tertia major Sexta minor horumq; duplicatæ &c. ortum habent, & ſic deinceps, usq; ad proportionem inter 125, 128, quæ eſt Dieſeos minoris Enharmonicæ, & tandem 80, 81 quæ eſt Commatis, hoc eſt differentiæ Toni majoris à minore. Extant autem harum proportionum & fractionum Denominatores, in latere dextro tanquam initio ſcalæ. Numeratores vero, ab unitate initio facto in areâ Chordarum. Omiſſi autem ſunt numeratores ii qui conſtituunt proportiones inconcinnas. v. g. In regulâ & diviſione cujus denominator eſt 8, etſi datur etjam fractio $\frac{7}{8}$. quia tamen talis, fractio ſeu diviſio, ut ſuo loco demonſtratum, inconcinna eſt, itaq; punctum quidem reſpondens Septenario poſitum (aliàs chorda in 8 partes non eſſet diviſa) ipſe vero numerus 7 omiſſus eſt.

Hiſce lineis & quaſi regulis Diviſionum immediatè ſubjecta eſt chorda ſeu linea chordæ reſpondens ſignata initio literâ ſeu clave ut vocant C (tanquam notâ vocis hodie in ſcalâ infimæ cum diviſione primò eâ quæ reſultat ex conſonantiis primis ſi illæ ſolæ in Chordam transferantur: punctis E, quæ tertiam majorem, F quæ quartam, G quæ quintam, A quæ Sextam majorem, C quæ octavam, e quæ tertiam majorem duplicatam, ſeu decimam, *g* quæ Quintam duplicatam, *c* quæ quadruplam, *e* quæ tertiam triplicatam (intervallo talium literarum ſumto ab extremo I,) ad totam chordam ſonantem ſuppeditant.

Huic diviſioni ſubjicitur alia plenior, ſuppeditans ſaltem ſemel omnia intervalla concinnna. Appendiculæ literarum quarundam quid ſibi velint facilè intelligetur ab eo qui organiſtarum notas ad quas cantiones in organis modulantur intelligit. Quippe quibus hæ notæ ꝭ, ꝭ, gꝭ, quas cis, fis, gis vocant denotant claves c, f, g Semitonio cancellato ✻ elevatas. pro b verò ſimili modo elevato utuntur pleriq; litera ℌ. Inter eas vero quæ Semitonio b mollari deprimũtur, quia in Cantionib⁹ Orlandi & aliorum ejus coætaneorum & proximè ſequentium ſolum e uſitatum erat, itaq; pro illo poſuerũt d, diſ, ac ſi ejusdem proportionis eſſet, cum e Semitonio deficiente, cum tamen non ſint idem, ſed Dieſi minori Enharmonicâ ab invicem diſtent. Ad hanc ambiguitatem tollendam quo diſcrimine unus aut alter organiſtarum hodie utatur, nihil ad me pertinere putans, etiam in hoc Semitonio quod in depreſſione conſiſtit, exprimẽdo ſimili appẽdiculâ uſus sũ ſed ab altero latere dependente. Ubi verò duæ literæ ejusdem nominis juxta ſe invicem poſitæ ſunt, v. g. duo D, duo B, cum duabus virgulis, accentu acuto & gravi apud Græcos ſimilibus, tales claves commate (differentiâ ut ſupra dictum inter Tonum majorem & minorem) â ſe invicem diſtant. Etſi enim tale intervallum in cantionibus nõ exprimitur, nec forte exprimi poteſt: expedit tamen in monochordo alicubi deſignari, tùm ut diſcrimen Toni majoris, & minoris aliorumq; intervallorũ, eò accuratius ediſcatur, tùm quia in cauſa eſt quòd Inſtrumenta Muſica nequeant ad mentem cantionum noſtrarum, ubi Toni, Tertiæ minores, Sextæ majores &c. in eadem propprtione ſumuntur, cùm tamen commate ab invicem

cem differant, exacte contemperari. Sed quædam intervalla vagantia, ut vocant, (Schwebend) exhiberi cogantur. Qua de re in diviſione inferiori literis Germanicis expreſsâ. Tertius ordo clavium Muſicalium exprimit Scalam Muſicalem intervallorum ad omne genus cantionum aptam. Quia vero claves Enharmonico & Chromaticis generibus reſpondentes non ſunt in omnibus locis Scalæ vulgo notæ; itaq; poſitæ ſunt aliquot lineæ in quibus non tantum à clave C, ſed reliquis omnibus, videlicet D, E, F, G (vel Γ) A, B, H ſeu bduro, initio facto, ordo intervallorum continuatur, ut ita ſi quod intervallum in una clave non ita facile intelligatur, in aliâ fortè facilius intelligi poſſit. Et hoc factum eſt Primâ Octavâ. In Secundâ, Tertiâ, & Quartâ Octavâ quid expreſſum ſit, ſubſcriptio docet.

Porrò quia omnes ſpecies intervallorum in quavis parte Chordæ ſimplici diviſione non reſultant. Sed Transpoſitione opus eſt (de qua ſupra Axiomate 16 cap. 4) Pro illâ faciunt Triangula rectangula ſuper chordâ C I tanquam baſi extructa, perpendiculis m C, n C, o C, p C, â quibus Hypotenuſis ad punctum I ductis, quodlibet intervallum in quavis parte Chordæ conſtituere facile poterit, qui Geometriæ non prorſus fuerit imperitus. Et hac ratione expreſſa â nobis ſunt intervalla Demonſtrationis certitudine nixa.

In lineis & chordis inferioribus aliorum ſententias exprimere laboravimus, inter quas chorū ducit Sentētia Pythagoræorū, quā erroneā eſſe patet præcipuè inter claves D & E ubi Semitoniū diatonicum minus provenit Chromatico clave ſcilicet D is ſeu D Semitonio elevato plus ſpacii inſumente, quam Semitonio depreſſo. Cum tamen contrà eſſe deberet. Reliqui errores ſupra ſuo loco demonſtrati ſunt. Diviſioni Pythagoricæ ſubjecta eſt

Ptole-

Ptolemaica juxta Genus Diatonicum incitatum, Chromaticum, utrumq; & Enharmonicum. quod facile intelligetur ſi aſſumantur ea, quæ ſupra partim inter definitiones partim inter Theoremata & Problemata dicta ſunt. Idem habetor de Diviſionibus Ariſtoxeni proximè huic ſubjectis. Ubi puncta diviſionum notata ſunt literis noſtratibus quibus ſenſu judicante proximè videntur reſpondere. Vetera videantur in Boëthio & Meibomio.

Prope finem figuræ exhibita eſt fiſtula organica clavis C triplicatæ ex organo Templi noſtri Altdorffini deſumta & ſuper eâ diviſio Organiſtarum, juxta intervalla, ut vocant, vagantia, quorũ ſupra mentio facta eſt.

Fundamentum diviſionis ita habet; Primò Chorda diviſa eſt in partes duas exhibens octavam puncto c, deinde in partes quinq;, unde reſultabat 𝔈 nota Tertiæ majoris: per aut ipſi etiam volunt. Porro quia juxta eorundem Hypotheſin, omnes Toni ejusdem proportionis habentur, itaq; Geometricè inquiſita eſt media proportionalis inter 𝔈 ℑ & 𝔈 ℑ puncto 𝔇. Deinde quia etiam quartæ & quintæ ejusdem proportionis ſtatuuntur; quæſita etiam eſt media proportionalis inter 𝔇 ℑ & c ℑ quæ exhibuit punctũ 𝔊 tanquam quartam reſpectu 𝔈, & 𝔇 & quintam reſpectu 𝔈. Reliqua intervalla beneficio Triangulorum qualia ſunt in chorda C I, m I C, n I C, o I C & ſimilia, inventa ſunt.

Infimo tandem loco extat diviſio ad mentem eorum qui chelyn ſeu teſtudinem tractant quibus omnia Semitonia ſunt ejusdẽ proportionis. Hoc ut obtinerem, diviſâ prius totâ lineâ toti chordæ longitudini reſpondente in partes duas puncto n, inter dimidiam n i & totam a i, quæſivi duas medias proportionales, quæ exhibuerunt puncta pro ligaturis e & i; inter a & e media proportionalis dabat c, inter e & i dabat g, inter i & n dabat l; inter a & c, c & e, e & g, g & i, i & l, l & n, proveniebant b, d, f, h, k, m. Hæ ſunt ligaturæ ut vocant & ſigna Muſicalia in teſtudine vulgo uſitata. Quib⁹ inſerui ejusdem nominis notas cum appendiculis Organiſticis pro Dieſibus Enharmonicis, pro quibus adeò totidem ligaturæ, interſeri poſſent. Quamvis nõ dubitem quin peritus hujus inſtrumenti Muſicus, tremulis, mordentiis & ſimilibus modis huic intervallo etiã ſine ſingulari ligaturâ in ſertâ ſatisfacere poſſit

Figura Monochordi in margine quid velit, patet. ex poſt. 6. c. 3. reliqua ſagacitati & candori lectoris commiſſa eſto.

Digitized by Google

COMPENDIUM MECHANICÆ

MEchanica eſt ſcientia quantitatis in motus locali, quatenus eſt menſurabilis. Partes ejus ſunt duæ, ut in aliis ſcientiis, Generalis & Specialis. Pars Generalis tractat principia & affectiones quæ ut in aliis partib⁹ Matheſeos continentur efinitionibus Poſtulatis & Axiomatibus. Specialis eam ad motum & ſingulas ſpecies applicat. Nos partem eneralem cap. 1. Specialem cap. Secundo & Tertio mprehendemus.

CAPUT. I.

In quo continetur pars generalis.

e Definitionibus petitionibus & Axiomatibus hujus ſcientiæ.

)Bjectum Mechanicæ eſt motus localis, in quo conſideratur motus ipſe, movens, tùm quod tùm quo, ſeu tentia, ſubjectum, intervallum per quod movetur, tēs intra quod movetur & tandē motui oppoſita quies m ejusdē attributis. Motus ipſe vel rectus eſt vel cirlaris, vel mixtus, deinde vel Naturalis vel violentus. æ ſingula & alia ſimilia in ſe conſiderata quomodo finiantur vel dividantur, de eo brevitatis cauſa audies noſtros ad Phyſicam remittimus. Quia autem mo-

Digitized by Google

tus ejuſq; conditiones hoc looo non conſiderantur in ſuâ naturâ (quo reſpectu ad Phyſicam pertinent) ſed quatenus menſurabilia ſunt, itaq; hic maxime ad illa reſpiciendum. Æquales itaq; motus dicuntur, qui æquali tempore æqualia ſpacia conficiunt. Potentiæ motrices inter ſe æquales dicuntur quæ æqualibus mobilibus movendis æquè ſufficiunt. Potentia mobili æqualis dicitur, quæ ſufficit ad illud movendum, vel præter Naturam in quiete retinendum. fig. 3. c. 1. Mobile mobili æquale dicitur tribus modis 1. ratione Magnitudinis. 2. ratione ponderis. 3. Ratione utriusq; Media ſign. h. l. præcipua eſt, &, niſi determinatio adjecta ſit, ſemper intelligitur. Grave eſt quod deorſum verſus centrum terræ tendit. Leve quod ſurſum. Mobile mobili gravius dicitur, quod æquali aut etiam minori mole corporis præditum, pondere tamen ſuperat. Item. Quod cum ſit æquale ratione molis aut etiam minus, minori temporis ſpacio idem, aut æquali plus intervalli conficit. Gravitas alicujus rei vel definita eſt vel indefinita. Definita, quando notum eſt, quâ ta mole quantum ponderet, aut quanto pondere quantam habeat magnitudinem in aliqua menſurâ cognitâ. Centrum Gravitatis eſt punctum â quo æquiponderantia æqualiter diſtant. Eſtque duplex, aliud in uno eodemq; corpore, ut centrum in globo, aliud intra intervallum diverſorum corporum ponderando collocatorum, ut A figurâ primâ corporum B & C. Intelligenda autem eſt æqualitas diſtantiæ interdum ratione longitudinis, ut figurâ primâ, interdũ ratione virtutis, ut fig. 2. Linea Directionis eſt linea recta per centrum Gravitatis ducta, & in eo rectos angulos cum lineâ Horizontali effi-

Digitized by Google

ficien sD E. Linea Horizontalis eſt linea Horizonti
undano parallela per centrum gravitatis ducta, & æ-
qui ponderantia utrinq; connectens, ut B C. Æqui pon-
erare dicuntur quorum linea Horizontalis cum linea
irectionis angulos rectos efficit. Fulcimentum eſt
ui linea Horizontalis incumbit, ut A E.

Poſtulata.

1. Gravitatis & levitatis momenta in lineis circu-
s & angulis menſurabilia eſſe, adeoq; ad ea demonſtrã-
a quoties videtur circulum vel lineam duci & in pro-
portione datâ dividi poſſe.

2. Circulos & lineas rotis vecte, brachiis librâ & ſi-
milibus inſtrumentis ad illorum ſimilitudinem factis ſi-
mitari licere.

*Diligenter tamen ſimul conſideratis exceſſibus & defecti-
us, quos â materiâ accipiunt.*

3. Ex quantitate cum difficultate motus creſcen-
s vel decreſcente menſuram difficultatis & potentiæ
d ipſum rectè deſumi.

*Et hæc verè ac propriè Poſtulata putamus dicis nõ Hypothe-
ſes, ut nonnulli vocant, quippe quæ ponuntur cum delectu contrã-
dictionis ut Ariſt. d cet. hoc eſt, ut perinde ſit demonſtraturo ſi-
ve concedat eas auditor ſive neget &c. quod in hiſce poſtulatis nõ
it quæ autem ipſi poſtulata dicunt ea cum ejusdem Ariſtotelis do-
ctrina collata rectius Axiomata dicuntur.*

4. Huc referri poteſt quòd experientiâ deprehensũ
ſt, virũ mediocri conatu 40 libras è terrâ levare poſſe.

Axiomata.

1. Gravia æqualia æquali diſtantiâ (â centro gra-
vitatis) poſita æqui ponderant ut B C fig. 1.

Inæqualia vero, niſi & inæqualibus ſpaciis â centro ſuſpen-

A 2 *dantur*

dantur nō æqui ponderāt ſed deſcendet id quod majus eſt ut Fig. 2.

2. Gravia æqualia diſtantiâ in æquali ſuſpenſa non æqualiter ponderant, ſed id quod in longiori diſtātia pendet deorſum feretur [*ut F in Figurâ 1.*

3. Si gravibus ſecundum quandam diſtantiam æquiponderantib⁹ alteri eorum adjiciatur aliquod grave, tunc non æquiponderant ſed deſcendet id cui grave eſt adjunctum.

4. Si ab altero æquiponderantium aliquid ademtum fuerit, deſcendet id cui nihil ademtum eſt.

5. Si magnitudines quædam in quibusdam diſtantiis poſitæ æqualiter ponderant & quæcunq; ejs æquales in iiſdem diſtantiis poſitæ æqualiter ponderabunt.

Hæc Archimedis ſunt in principio librorum de æquiponderātib. ſequentia recentiorum ex parte etiam noſtra ſunt.

6. Omne grave quatenus tale ſecundum lineam rectam deorſum tendit. mixta tamen quædam & aërei quid vel ignei ſenſibilis habentia rectitudinem deſcenſus non exacte ſemper obſervant.

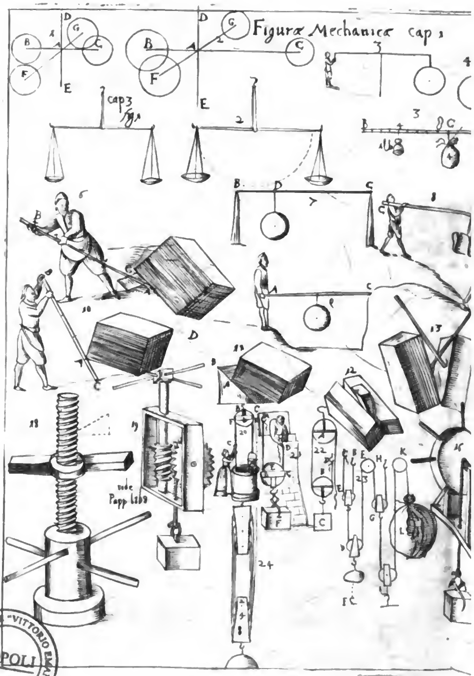
7. Quantò rectior deſcenſus corporis, tantò ex ſuâ Naturâ gravius.

8. Quantò celerior deſcenſus corporis, tantò gravius.

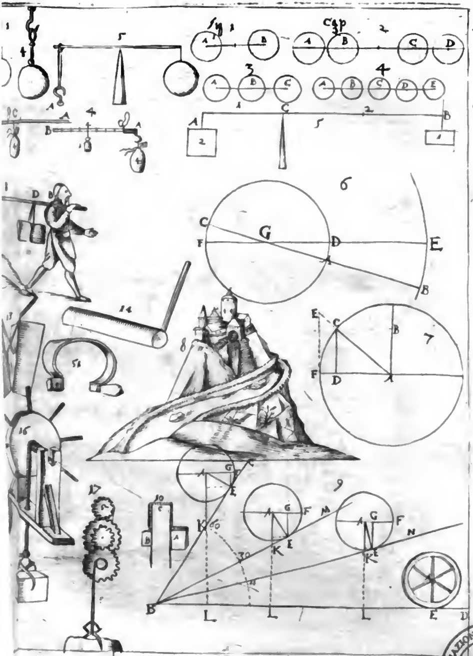
9. Corpus grave tribus ad minimum modis in quiete retineri poteſt 1. potentiâ vel corpore æquè gravi ex adverſa parte verſus centrum gravitatis appenſi fig. 1, 2. 3. 2. Fulcimento, cujus varii modi. Unus eſt expreſſus lineâ A E fig. 1, 2. 3. Alligatione, ſive directâ ſive ex parte adverſâ, illam ſuſpenſionem fig 4. hanc clauſionē, ſperrung vocant. fig. 5.

10. Motus gravium rectâ ſurſum maximam, obliq; & per acclive mediocrem, in plano minimam cæteris paribus

Digitized by Google



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI



BIBLIOTECA NAZIONALE "VITTORIO EMANUELE III" - NAPOLI

Digitized by Google

paribus potentiam requirit. Et acclivitas quanto propior eſt motui qui fit rectà ſurſum tantò difficiliorem quantò ei qui fit in plano, tantò faciliorem motum efficit, Spectatur autē illa propinquitas penes Sinus Tangētes & Secantes anguli declivitatis.

11. Corpus grave tantò facilius loco movetur quātò minore ſui parte ei inſiſtit. [*Hinc globus, ut & rota facilime inter omninò corpora movetur. quia planum unico tantum puncto tangit.*

12. Idem corpus grave facilius & vehementius movetur ſubito impulſu quam tardo nixu. [*quia vires collectæ fortiores ſunt, quam diſperſæ.*

13. Motus Naturalis in initio tardior in fine celerior & vehementior eſt. Violentus contra initiò vehementior in fine tardior & lenior.

14. Naturaliter motorum ejusdem gravitatis ſed per diverſa intervalla, gravius allidetur quod per longū, quam quod per breve intervallum motum eſt: Contra fit in violento.

15. Nihil poteſt ſimul & ſemel eodem & ſimplici motu naturaliter & contranaturaliter moveri.

His accenſeri poſſunt pleraq; apud Ariſtotelem in libris de motu, videlicet l 5.6.7.& 8. Phyſicorum. nominatim. l 5. c.3.4.5 6. l. 6. c. 2.4. l. 7. c. 5. l. 8. c. 4. quæ quia cuivis obvia non putavimus in hoc compendio repetenda.

CAPUT. II.

Quod primum eſt partis ſpecialis.

In quo continentur propoſitiones pluribus ſpeciebus motus atq; inſtrumentorum motus accommodabiles.

PROPOS. I.

GRavia quæ in diſtantiis æqualibus poſita æqualiter ponderant, æqualia ſunt.

2. Gravia indiſtãtiis æqualibus poſita, ſi fuerint inæqualia õ æquiponderabunt, ſed majus eorũ inclinabitur.

3. Si gravia inæqualia in diſtantiis inæqualibus ſuſpenſa, æqualiter ponderant, majus in minori, minus in majori diſtantiâ ſuſpendetur.

4. Si duæ magnitudines æquales (A, B fig. 1. cap. 2. vel quotvis numeri paris ut A B C D fig. 2.) non idem centrum gravitatis habuerint, magnitudinis ex utraq; aut omnibus compoſitæ centrũ gravitatis eſt medium lineæ rectæ quæ dictarum magnitudinũ centra gravitatis conjungit. Si vero magnitudines æquales tres vel quotvis numeri imparis (ut A, B, C, item A, B, C, D E fig. 3. & 4.) centra gravitatis in unâ lineâ habuerint poſita, & lineæ rectæ inter centra ductæ æquales extiterint, magnitudinis ex dictis magnitudinibus compoſitæ centrũ gravitatis punctum illud erit quod idem eſt mediæ magnitudinis centrum gravitatis.

5. Magnitudines inæquales æquiponderabunt, ſi in diſtantiis quæ ſecundum gravitatem proportionum fuerint conſtitutæ, permutatim ſuſpendantur. fig. 5.

[*Demonſtrationes harum propoſitionum ex Archimedis libr. 1. de æquiponderantibus deſumtarum brevitatis ſtudio prætermiſſæ, peti poſſunt ex ipſo Archimede. Porrò etſi quoad ipſa verba de librâ vel ſtaterâ in ſpecie loqui videntur: Nullo negotio tamen ad totam molium movendarum rationem accommodantur. Si, quæ de magnitudine corporum gravium dicuntur, illa in genere de viribus motivis principio movendi per naturam competentibus, quæ verò de diſtantia à centro gravitatis dicuntur, ea ex poſtu-*

lat

tato tertio de omni quantitate gravitatem vel difficultatem motus potentiamq; movendi menſurante accipiantur, ſive ſint in libra ſive in alio motus inſtrumento. de quibus cap. ſeq. Verba autem ſpecialia retinere voluimus, quia, ut dixi, non noſtra ſed Archimedis ſunt.

6. Proportio temporis ad tempus & intervalli ad intervallum per quod movetur moles ab aliquâ potentiâ, permutata eſt proportionis potentiarum. Id eſt, ſicut ſe habet (fig. 6.) potentia major A ad minorem B. ita tempus & intervallum EB intra quod potentia minor idem onus movet, ad temp⁹ & intervallum AD majoris: Nam ut A ad B ita BG ad AG ex prop antec. Sed ut BG ad AG ita EB ad AD. Ergo etiam ut A ad B potentia major ad minorem, ita EB intervallum & menſura temporis potentiæ minoris ad AD intervallum & menſuram temporis potentiæ majoris.

7. Proportio potentiæ levandi oneris in acclive AC fig. 7. ad potentiam rectâ ſurſum per AB permutata eſt, proportionis laterum AC, AD ad AB (Sin⁹ totius cū Sinu cōplementi acclivitatis ad ſinū acclivitatis, vel quod idē eſt, ut AE Secantis, cū AF Sinu toto ad EF Tangentē acclivitatis) Ad potentiam verò movendi in plano eſt ut AE cum EF ad AF (Secantis cum Tangente declivitatis ad Sinum totum) vel quod idem eſt, ut AC cum CD ad AD, Sinus totius cùm Sinu declivitatis ad ſinum complementi. Demonſtrationem petimus ex poſtulato tertio & Ax. 10. Apparet enim fig. 7. AC & AD creſcere vel decreſcere cum DC. AF vero & EF cum angulo EAF ut & AE, AK homologa lineis BK, KL fig. 8 de qua plura prop. 10.

8. Proportio potentiæ motus circularis ad rectum eſt

eſt ut Semicirculi ad Diametrum hoc eſt 11, ad 7. proximè.

9. Proportio motus ſpiralis ſurſum facti, (ut cũ per circuitum in montem aſcenidmus, fig. 8.) componitur ex proportione motus recti de quo prop. 7. & circularis ad rectum de quo prop. proxime antec: 8.

10. Erravit Pappus Alexandrinus (in ſignis alioqui Mathematicus & circa hanc ipſam materiam laudabiliter de Scientiis Mathematicis meritus) dum menſuram potentiæ globum vel rotam in acclive volvendæ quærit in linea A G F H fig. 9. & dicit, potentiam in plano habere ſe ad potentiam in acclive ut A G ad F G. Hoc eſt quemadmodùm hodie loqui ſolemus, ut Sinus acclivitatis ad Sinum verſum complementi ejus. Pro demonſtratione dicit, ſi fiant pondera in proportione F G, G A Illa à punctis A & F permutatim ſuſpenſa æquiponderatura: Quod verum quidem eſt, quomodo autem inde concluſio quam deducit dependeat; & quomodo proportio illorum menſura ſit potentiæ motus in acclive, intelligi non poteſt. adeò enim non creſcit vel decreſcit proportionaliter magnitudo illa partium F G, G A cum difficultate motus in acclive (quemadmodum diſtantia æquiponderantium cum illorum pondere) ut potius contrario modo ſe habeat. Nam pars A G ſæpè dictæ lineæ I H, quando angulus acclivitatis eſt graduum 30. æqualis eſt parti G F. minor verò eàdem quando ille angulus minor (vide acclivitates B M, B N) unde ſequeretur in acclivitate graduum triginta ſufficere æqualem potentiã motus potentiæ in plano, in minore autem declivate etiam minorem; quod abſurdum, cum certum ſit

rit â declivitate vel exiguâ majorem potentiam requiri quàm â planitie.

11. Proportio potentiæ motus rectâ ſurſum ad motum in plano nequit exactè determinari. Quia ut ex calculo tabularum Sinuum notum eſt proportio Tangẽtis & Secantis 90 graduum ad Sinum totum, quæ harum potentiarum menſura eſſe debebat, infinita eſt. Hinc experientia oſtendit tali ſitu, qualis expreſſus eſt, fig. 10, hujus capitis pondus ſatis magnum A, â potentiâ admodùm exiguâ B inquiete retineri; neutrum autem ab altero, niſi penes C rota aut ſimile quid ſit, moveri poſſe [*Non ergo κατ' ἀκρίβειαν intelligendum, nec in praxi magnorum ponderum tutum eſt, quod dicit Bonajutus Lorinus Nobilis & Ingeniarius Italus proportionem tractionis in plano ad tractionem in ſublime rectâ ſurſum, ſubquadruplam, ad vectionem verò ſuper cylindro itidem in plano ſuboctuplam circiter potentiam requirere. Quia, ut dictum inter motum in plano & rectâ ſurſum nulla eſt proportio, quemadmodum nec proportio inter motum in acclive & rectâ ſurſum determinata eſt. Si enim fig. 7. vel* DC *ita creſcat vel AD ita decreſcat ut Angulus penes C aut diſtantia AD inſenſibilem magnitudinem habeat, nullum potentiarum diſcrimen determinari poteſt; vectio verò ſuper cylindris variat pro diverſitate craſſitiei eorundem & longitudine vectis quo volvuntur, ut mox audiemus.*

CAP. III.

De Applicatione principiorum Mechanicorum ad Inſtrumenta motus communiter uſitata, quæ vulgò potentiæ Mechanicæ dicuntur.

Digitized by Google

PROPOSITIO I.

PRimum principium inſtrumentorum Mechanicorũ, quæ vulgò potentiæ vocantur, & ſunt libra, fig. 1. hujus cap. ſtatera, fig. 3. 4. 5. vectis fig. 6. 10. cuneus fig. 11. & ſeqq: axis in peritrochio, fig 16. cochlea. fig. 18. 19. trochlea fig. 20. & ſeqq; non eſt in ipſis inſtrumentis quærendum, ſed partim in doctrinâ Phyſicâ de motu locali, partim in Geometriâ & Arithmeticâ. [*Quia ſcriptores Mechanicæ viderunt, potentias illas, ut vocant, ſeu inſtrumenta in pleriſq; convenire, & tamen principium demonſtrationum non eſſe multiplex ſed unum, itaq; putarunt, unum horum eſſe eligendum, ad quod cætera referenda ſint. Principatum hunc alii detulerunt libræ, alii ſtateræ, alii vecti, alii cuneo. At vero, cum omnia ſint artificialia, adeoq; contingentia (ars enim horum inventrix, eſt περὶ τὰ ἐνδεχόμενα ἄλλως ἔχειν). Itaq; nullum eorum inſtrumentorum propriè pro principio alterius allegari poteſt. licet negari nequeat, à principiis verè primis aliud illorum propius, aliud remotius abeſſe, & manifeſtius dependere, qua in parte in pleriſq; ſtatera principatũ videtur obtinere; ut videre licet prioribus propoſitionibꝰ capitis antecedentis. Cõfer autẽ notata ad Propoſ. 5. Præterea ſunt, ut vidimus propoſ. poſterioribus cap antecentis quæ familiaritatem cum ſtatera vel nullam vel non talem quæ pro principio ſit, habeant. Præſtat itaq; cum Ariſtotele ex principiis purè Mathematicis rationem eorum Mathematicam deducere, nominatim ex lineis tùm rectis tùm circularibus & harum Diametro, radio, chordis, Sinubus Tangentibus & Secantibus, ex quibus, poſteaquàm præcipua, quæ huc ſpectant, cõmemoravimus, jam de applicatione ad potentias dictas agemus.*

2. Libra fundatur ſuper prop. 1. & 2. capitis antecedentis, ut patet ex fig. 1. hujus cap. [*Intelliguntur enim & brachia ſeu diſtantiæ ponderum & lances, & res in lancibus poſita ejuſdem eſſe gravitatis.*

3. Si

3. Si brachia libræ inæqualia fuerint & tamen, æquiponderaverint lãces illius (quod fiet ſi vel brachium ipſum vel lanx brachii longioris tanto fiet tenuior, vel quoquo modo levior, quàm lanx brachii bravioris,) tunc merx in lancem brachii longioris poſita, tanto ex ſe erit levior pondere in alterâ lance poſito, quanto brachium alterum brevius erit longiore, & tamen æquipõderare videbitur. [*Quod enim decedit potentiæ mercis ipſius, id compenſatur longitudine brachii. vide fig. 2. ratio patet ex prop. 3. cap antec.*

4. Statera fundatur ſuper prop. 3. & 4. ut patet fig. 3. & ſeqq. hujus cap Sit longitudo AB, cujus partes A C, CB, ejuſd. gravitatis, ſive quòd eadem ſit utriusq; longitudo, ut fig. 3. ſive quòd pars AC craſſitie aut lancis ibi ſuſpenſæ, vel unci pro ſuſpendendis mercibus ibi infixi, gravitate campenſet gravitatem exceſſus longitudinis CB. Transferatur jam intervallum A C à centro gravitatis ab eodem C verſus B, quoties poteſt. Quot partibus jam ipſi AC æqualibus vel commenſurabilibus diſtat pendus D à centro gravitatis, toties continetur gravitas ipſius ponderis in merce ſuſpensâ ex A.

5. Vectis (Riaet oder hebſtang) itidem fundatur ſuper prop. 3. & 4. (vide hic fig. 6.) niſi quòd loco ponderis B figurarum antecedentium ſit movens animatum. Hujus fortitudo, ſi habeat ſe ad pondus ut diſtantia AC ad DB, v. g ſi ſit ejus ſubquadrupla, movebit molem A. Hoc eſt, ſi quatuor Viri molem A moviſſent vel ſuſtinuiſſent viribus naturalibus, eandem molem unus movebit pervectem, ubi longitudo CB quadrupla erit ad diſtantiam AC. Quia, ut prop. 4. cap. antecedentis dictum eſt, ut AC ad CB ita B ad A & contra.

6. Onus A (fig. 7. 8.) ſuſpenſum à lineâ BC puncto gravitatis D, incumbet fulcimento B, quod eſt puncto D propius, quàm ei quod remotius, tantò gravius, quantò major eſt diſtantia DC, quam BD. Ratio iterum patet ex prop. 4. *Corollarium*. Hinc ſequitur, ſi vectis AC fig. 9. appenſum habens pondus B, altero extremo incumbat fulcimento C, altero contineatur ab A, potentiam in A requiri in proportione eâ ad totum pond', quam habeat diſtantia DC ad totam A C, dimidiam ſcilicet, ſi diſtantia dimidia ſit, & ita in reliquis.

7. Si vectis oneri ſuppoſitus penes A, ita ſuſtineatur in extremo fig. 10. B, ut alterum extremum C Horizonti inſiſtat; quæ eſt proportio partis CA, inter Horizontem & A centrum gravitatis vectis, ad diſtantiam potentiæ ab eodem centro A, eadem eſt potentiæ ad pōdus A hoc modo levandum. Ratio patet ex prop. antec.

8. Si cuneus Horizonti incumbens & oneri ſuppoſitus penes A, fig. 11. & percuſſus penes B, pondus elevet, tùm Secans & Baſis anguli C & vis percuſſionis ſimul ſumta, habent ſe ad onus ſimili violentiâ qualis eſt percuſſio, levatum, ut in longitudine vectis quo idem onus elevatum fuiſſet, pars CA ad AD. Ratio quia idē præſtat.

9. Cuneus percuſſione factâ lignum ſcindens, idem præſtat quod duo latera, angulum cunei conſtituentia, vel, ſi ita vis, duo vectes. Quia reſiſtentia duritiei & lentoris ligni ſciſſioni ſubjecti, habet ſe ad ſciſſionem, ut gravitas ponderis ad elevationem vide. fig. 12. & 13.

10. Potentia cunei conſiſtit partim in vi percuſſionis, partim in formâ anguli ad quem factus eſt, qui quātò minor & acutior, tantò facilius permittitur, & tantò etiam minori potentia percuſſonis, qua moveatur contentus

tentus

tentus eſſe poteſt. Quemadmodum in acclive quoddam facilius aſcenditur, quantò minor eſt illa acclivitas. [*Conf. Prop. 7. cap. antec.*

11. In peritrochio ſicut ſe habet longitudo Scytalæ vel radii ad ſemidiametrum craſſitiei axis, cui infigitur, ita ſe habet pondus axis vel axi annexum aut incumbẽs quod movetur ad potentiam moventem. Ratio eſt ex prop. 1. cap. 2. & 5 ac. 7. bujus.

Corollarium. Eadem ratio eſt diametrorum rotarum ad invicem, v. g. tantò plus ſuper rotâ currus aut rhedæ hujus movetur, quàm alterius, quantò diameter major eſt. 2. *Eadem ratio etiam qua Scytalarum eſt in manubriis rotarum, ut per ſe patet. fig. 14. 15. 16.*

12. Si fuerunt duæ vel plures rotæ dentatæ aut tympana inæqualis magnitudinis, ejuſdem tamen gravitatis, quarum una moveat alteram; ſicut ſe habent Diametri rotarum ſeu Tympanorum ad invicem, ita tempus ad tempus & potentia ad potentiam; ſed permutatim, hoc eſt rota major movet minorem tanto majori celeritate & difficultate quanto ipſa & nominatim Diameter ipſius major eſt Diametro minoris: Minor contra majorem tantò faciliùs, ſed tantò tardius quantò ipſa minor eſt majore vid. fig. 17. [*Ut autem conſtantia eò major ſit, debet & proportio numeri dentium attemperari proportioni Diametrorum, & ſpacia inter dentes æquari craſſitiei dentium. Hoc enim niſi fiat, ut ſanè ſunt artifices qui parum referre putant, motum reddit inæquabilem & difficiliorem, quàm illa proportio promiſiſſet; ideo, quia quoties dens de novo tangitur, toties novum quaſi fit motus initium, novam inveniens reſiſtentiam adeoq́ novum requirens impetum.*

13. Cochleæ fig. 18. fundamentum habetur in propoſitione 9. cap. antec.

14. Cochleæ infinitæ ut vocatur, fig. 9. potentia compoſita eſt ex potentia peritrochii & cochleæ; tantò ſcilic: potentior quanto rotarum Diameter longior tum angulus dentium obliquior, & in ſeſe minor ex prop. 7. 8. 9. cap, antec.

15. Si fig 8. funis ABC trochleæ ſuperne appenſæ axiculo D. orbiculo EBF circumducatur, alterumq; ejus extremum A ponderi alligetur, altero interim C à potentia pondus ſuſtinente apprehenſo; erit potentia pōderi æqualis. [*Ratio eſt ex prop. 1. cap. 2. quia D eſt centrum gravitatis. à quo E & F, quorum alterum à pondere A, alterum à potentia C. deorſum trahitur, æquidiſtant.*

16. Si tamen potentia C animata ſit, quæ viribus intenſis aut cum compendio uſurpatis impulſione aut truſione paulò plus poſſit quàm pondus A, facilius illud trahet ſuper rotā hac verſatili, quàm ſi non verſatilis aut corpus aliud non rotundum eſſet. *Ratio dependet ex Ax. 11. quia rota in qua fulcitur onus, inſiſtit unico puncto D à quo facile dimovetur. Si autem funis duceretur per lineam rectam E F, quantumvis brevis illa eſſet, tūc onus illi lineæ ſuper incumberet, adeoq; difficilius inde dimoveretur.*

17. Si funis A B C D fig. 21. orbiculo trochleæ E, ponderi F alligatæ circumducatur, altero ejus extremo in A religato, altero D à potentiā ſuſtinente apprehenſo; erit potentia ponderis ſubdupla. *Ratio patet ex coroll. prop 6. Nam quia funis religatus eſt in A, perinde eſt ac ſi Diameter orbiculi B C, à cujus medietate dependet pondus F, fulciretur in B, & retineretur in C. Quia ergo proportio B F ad B C (Semidiametri ad Diametrum) ſubdupla eſt; itaq; & potentia ad pondus ſubdupla requiritur.*

18. Si duobus orbiculis trochleæ, fig. 22. alteri A supernè affixo, & alteri B inferius ſuſpenſum à ſe pondus habenti, funis circumducatur, altero extremo alligatus in B, altero E à potentiā ſuſtineatur; erit ratio potentiæ E ad pondus C ſubdupla. *Ratio eſt ex prop. 13. & 15. Nam prop. 15 demonſtratum eſt, ſi potentia E ſuſtinens*

ſtinens pondus C, eſſet in F, futuram ibi ponderis ſubduplam. Ex prop. a. 13. conſtat, potentiam E eſſe æqualem potentiæ F. Ergo ipſa quoq; ponderis C ſubdupla erit.

19. Si trochleæ fig. 23. religetur funis, alligatus in B & ſuſtineatur in C; eidemq; rotulæ alligetur alius funis uno extremo, altero religetur orbiculo D, & ſupra alligetur in E; potentia ſuſtinens C ſubquadrupla erit ponderis in D. Quod ſi penes F fixo orbiculo, funis ſurſum tractus ducatur circa orbiculum E, & demiſſus circum ligetur Orbiculo G, fixus ſupra in H; ab orbiculo G iterum demiſſus funis circumductus orbiculo I; ſuſpenſi tandem ponderis L vel ab ipſo I, vel fune prius ligato circa K, potentia C erit ſubſedecupla. Summa: quoties rotula inferius circumligato fune adjecta fuerit, toties potentia ſubdupla oneri movendo ſufficiet. *Ratio patet ex prop. antec. ubi probatum eſt, potentiam C ſubduplam eſſe ad pondus ſuſpenſum ab A, & potentiam A ſubduplam ad D, & D ſubduplam ad F & ſic deinceps.*

Corollarium. Ex hoc patet, dato pondere quamvis magno per Trochleam movendo â potentiâ quamvis exiguâ, moveri tamen poſſe, ſi numerus Trochlearum dicto modo adhibitarum, ſufficiens adſit. *Invenitur* autẽ ille numerus rotularũ, ſi numerus major proportionis inter pondus & potentiam datam toties dividatur in duo, quoties poteſt, donec perveniatur ad unitatem. Quoties facta fuerit diviſio, tot orbiculis opus erit. Si vel ipſe numerus maximus, vel quivis reliquorum in progreſſu operationis, non ſit par, augeatur unitate. Ita enim potentia non modo non minor erit onere, ſed etiam major, adeoq; ad movendum expeditior. Poſſunt & plures rotulæ uni trochleæ indi ut vides figura 24 ubi potentia motrix oneris eſt ſuboctupla.

20. Potentiarum harum compoſitiones ut conjunctis quaſi viribus agant variæ eſſe poſſunt. Exemplo hac vice unico ſit cochlea; in qua, ſi Sinus anguli ex quo facta eſt ſit in proportione ſubdecupla ad Sinum totum (cujusmodi eſt 6 graduum circiter) proportio erit ſubdecupla. Adde Seſquialteram, circumferentiæ dimidiæ ad Diametrũ, hoc eſt quindecim, & fiet 24. ſi ſit cochlea infinita & proportio Diametri Tympani ad Diametrum craſſitiei cochleæ

ſit v. g.

Digitized by Google

ſit v. g. quadrupla, quadruplicentur 25 & fient 100. ſi anſarum vel Scytalarum proportio ad craſſitiam cochleæ ſit v.g. iterum quadrupla, fient 400. Cui ergo oneri 400 viri viribus naturalibus pares vix fuiſſent, ei mediis hiſce adhibitis. unicus par erit.

21. De omnibus hiſce potentiis repetatur quod ſupra dictum c. 2. prop. 5. Quod quæ ſit ratio ponderis ad potentiam, eadem ſit Temporis in motu artificiali ad motum, qui viribus naturalibus perficiendus erat. v.g. in ultimo hoc exemplo de cochlea pondus quod unius minuti ſpacio viribus purè naturalibus elevatum fuiſſet, requiret in motu per cochleam dicto modo comparatam minuta 400. hoc eſt horas 6 cum minutis 41. *Hoc tamen intelligendum: cæteris paribus, & potiſſimùm ſi motus ubiq; ſint ejusdem ſpeciei, ſuper eodem medio &c: Ita v.g. cuneus citius levat onus quàm proportio potentiæ requirit. quia percuſſione fit. Ita quando manubria rotarum verſatilium (κατ᾽ ἐξοχὴν ita dictarum*, der Schwangreder) *trudendo movetur, motus circularis ratione Temporis recto pene æquiparatur. Et talia temperamenta ſolertiæ artificum committenda ſunt.*

22. Specialiora; & potiſſimum quomodo dictæ hæ potentiæ ſeu inſtrumenta ad motus varios perficiendos facilitatem vel celeritatem juvandam uſurpari poſſint ex dictis ſperamus ſine operoſâ deſcriptione mediocriter intelligi & æſtimari poſſe.

Videri tamen poſſunt, (præter Rivium Ubaldum ejusq; interpretem Danielem Mögling, & ſimiles qui ſcientificè hanc partem tractârunt) Beſſonius, & qui pleraq; inde tranſtulit & pluribus auxit, *Zeiſingius* in Theatro machinarum. Item Octavius de Strada & alii, qui ex profeſſo talia perſecuti ſunt. Nos inſtituti noſtri de compendio faciendo memores, hic ſubſiſtimus: DEUM harum etiam artium, ut omnis boni, datorem laudent nobiſcum omnia opera ejus in omnibus locis Dominii ipſius. Lauda Dominum Anima mea in æternum.

Amen.

Digitized by Google

Catalogus fixarũ Tychonicus ad faciliorem earundem agnitionem accommodatus

Signa Zodiaci	*Situs in Zodiaco*		*Numerus juxta Magnitudines ubi ſunt vel*						
	Init.	*finis*	*Ima*	*2da*	*3tia*	*4ta*	*5ta*	*6ta*	*Neb.*
Aries	27.37. Ar.	21.51. Tadur	0	0	2	5	4	10	0
Taurus	15. 38. Taur.	19. n. Gem.	1	1	5	8	17	11	0
Gemini	27. 53. Gem.	21.18. Canc.	0	3	4	8	4	10	0
Cancer	28.12. Canc.	8. 3. Leon.	0	0	1	3	6	4	0
Leo	9.41. Leon.	18.50. Virg.	2	2	5	14	19	7	0
Virgo	17.44. Virg.	4.30. Scorp.	1	0	5	7	14	12	0
Libra	9.31. Scorp.	27.19. Scorp.	0	2	3	9	3	1	0
Scorpius	26.59. Scorp.	5.53. Sagitt.	1	1	2	4	2	0	0
Sagittarius	25.30. ſagitt.	22.52. Capr.	0	0	2	7	2	5	0
Capricorn⁹	27. 8. Capr.	20.27. Aqu.	0	0	4	1	7	13	3
Aquarius	6.12. Aquar.	14.44. Piſc.	0	0	4	7	22	7	0
Piſces	13. 1. Piſc.	23.18. Ariet.	0	0	1	5	17	13	0

Lubet etiam nomina earum ſtellarum quæ ſunt Primæ Secundæ & Tertiæ Magnitudinis tanquam inſigniorum nominatim recenſere.

In Ariete prima tertiæ Magnitudinis eſt Lucida in vertice, altera in baſi Trianguli. In Tauro, primæ Magnitudinis oculus, ſeu Palilicium, ſecundæ magnit. in extremitate cornu Borealis, tertiæ, prima ſucularum, & quæ intereũ & oculũ Auſtralem, in Boreo oculo, in extremitate cornu Auſtralis, infima Plejadum. In Geminis ſecundæ Magnitudinis duo capita, quorum alterum Caſtor item Apollo, alterum Pollux item Hercules vocatur, Lucida pedis, Tertiæ Magnitudinis, ſita in Boreali & ſupremo genu præcedentis Geminorum, in ſiniſtro genu ſequentis, in Ventre meridionalis, ſequens in pede præced: calx dicta. In cancro Tertiæ magnit. in brachio Auſtrino. In Leone, primæ magnit: cor ſeu Regulus in caudâ lucida, ſecundæ, lucida in lumbis, Tertiæ, in capite duarum Auſtralior, in collo trium Borea, Auſtralis, in femore.

In Virgine primæ Magnit. eſt ſpica, ſecundæ nulla, tertiæ ſunt extrema alæ, de quatuor in ala ſequens, in dextro latere ſub cingulo, Vindemiatrix, ſub perizomate in clune dextra.

In Librâ, ſecũdæ lanx Auſtrina & Borea, Tertiæ, Tertia ab Auſtrinâ lãce, ſub Boreali lance & hanc ſequens. In Scorpio primæ magnitudinis eſt Cor, ſeu Antares, ſecundæ ſuprema infronte, Tertiæ magnitudinis media & Auſtralis in fronte. In Sagittario primæ vel ſecundæ Magnitudinis nulla habetur. Tertiæ Magnitudinis duarum una eſt in cuſpide ſagittæ, altera in manubrio ſiniſtræ manus. In Capricorno duæ Tertiæ magnitudinis ſunt in cornu Auſtralis & Borealis, & duæ lucidæ in cauda. In aquario primæ Magnitudinis eſt piſcis Notius, Fomahaut dictus, ſecundæ nulla, Tertiæ magnitudinis eſt clarior in humero dextro & una in ſiniſtro, incubito dextro, in dextrâ tibiâ Scheat. In Piſcibus primæ & ſecundæ magnitudinis nulla, tertiæ magnitudinis unica eſt in nexu linorum. Hæc de Aſteriſmis Zodiaci tanquam præcipuis & propter motum planetarum in iis, cognitu neceſſariis, ſequuntur reliqui, ita ut ſitus eorum determinetur non immediatè ad Zodiacum, ſed ad Aſteriſmos modo commemoratos, & quidem tunc quando meridianum ſubeunt, ut illis cognitis ipſi etiam eo facilius agnoſcantur.

Aſteriſmi extra Zodiacum Boreales.

Nomina	*Situs ad ſigna Zodiaci*	*Numerus ſtellarum juxta magnitudines ubi ſunt*						
		Ima	*2da*	*3tia*	*4ta*	*5ta*	*6ta*	*Neb.*
Vrſa minor	caudâ ſupra arietẽ anteriori parte ſupra libram	0	2	1	3	1	13	0
Vrſa major	Supra Cancrum, Leonem & anteriora Virginis	0	8	7	20	8	13	0
Draco	Supra ſagittarium	0	1	11	13	7	0	0
Cepheus	Supra aquarium & piſces	0	0	3	7	1	0	0
Bootes Arctophylax	Inter virginem & libram	1	0	6	13	5	3	0
Engonaſi, Hercules	Supra ſcorpionem	0	0	9	15	1	2	0

Lyra

Lyra, vultur cadens	Supra ſagitaurim	1	0	2	1	5	2	0
Cygnus	Supra capricornum	0	1	6	14	1	4	0
Caſſiopeja	Inter piſces & arietem	0	0	5	5	1	14	0
Perſeus	Supra Taurum	0	1	5	11	10	6	0
Auriga, Erichthonius	Intra Taurum & Geminos	1	1	0	11	10	4	0
Serpentarius	Calcat Scorpionem	0	0	10	17	9	1	0
Serpens ſerpentarii	Supra Scorpionem	0	1	8	3	1	0	0
Sagitta ſive telum	Inter ſagittariū & capricornū	0	0	0	6	1	1	0
Aquila ſeu vultur volās	Ibidem	0	1	4	3	2	2	0
Antinous	Ibidem	0	0	6	1	0	0	0
Delphinus	Supra Capricornum	0	0	5	0	1	4	0
Equuleus	Supra aquarium	0	0	0	4	0	0	0
Pegaſus	Supra aquarium & piſces	0	3	3	10	3	4	0
Andromeda	Supra piſces	0	3	1	10	9	0	0
Triangulum	Supra arietem	0	0	0	3	1	0	0
Coma Berenices	Inter Leonem & Virginem	0	0	1	12	2	0	0

Aſteriſmi extra Zodiacum Auſtrales

Nomina	*Situs*	*Numerus ſtellarum juxta Magnitudines*						
		Ima	*2da*	*3tia*	*4ta*	*5ta*	*6ta*	*Neb*
Cete	Infra arietem & piſces	0	2	7	10	2	0	0
Orion	Inter Taurum & Geminos	1	5	4	23	18	11	0
Lepus	Ibidem	0	0	4	4	4	1	0
Eridanus	Infra Taurum	0	0	6	9	4	0	0
Canis major	Infra geminos	1	1	5	2	4	0	0
Canis minor	Ibidem	0	1	1	0	1	2	0
Argo navis	Infra cancrum	0	0	5	5	0	1	0
Hydra	Infra cancrū Leonē & virginē	1	0	2	11	8	2	0
Crater	Inter Leonem & Virginem	0	0	0	7	1	0	0
Corvus	Infra Virginem	0	0	3	2	0	2	0
Centaurus	Infra Virginem	0	0	0	0	4	0	0

In his tantum primæ & ſecundæ magnitudinis ſtellas nominatim recenſebo.

In Urſa minore, ſecundæ magnitudinis ſunt polaris & ſuperior duarum in quadrato cervicis.

In Urſa majore, ſecundæ magnitudinis ſunt quatuor in quadrato & quatuor in cauda.

In Dracone, ſec. magnit. quæ flexuram caudæ ſequitur.

In Boote, primæ magnit. Arcturus.

In Corona Borea, ſecundæ magnit. Lucida.

In Lyra primæ magnit. Lucida Lyræ.

In Cygno, ſecundæ magnit. in cauda.

In Auriga, primæ magnit Capra.

In Serpente Ophiuchi, ſecundæ magnit. in medio nexu colli.

In Aquila, ſecundæ magnit. Lucida in ſcapulis.

In Pegaſo, ſecundæ magnit. Tres in ala.

In Andromeda, ſecundæ magnit. caput. Auſtralior in cingulo, in pede Auſtrali Lucida.

In Cete, ſecundæ magnit. mandibula & cauda.

In Orione primæ magnit. Siniſter pes, ſecundæ humerus uterq; tres cinguli

In Cane majore, primæ magnit. in ore Sirius.

In Cane minore, ſecundæ magnit. in femore.

In Hydra, primæ magnit. Cor.

Reliqui Auſtrales à recentioribus inventi tanquàm apud nos non conſpicui omiſſi ſunt.

Aol 1462163

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

D. 91.

Digitized by Google

Digitized by Google